PROF. LUIS TEIXEIRA
Física | Matemática

FICHA DE MATEMÁTICA

Função do 1º grau

Conceito, gráfico e sinal

Aluno(a): _____ | **Data:** ___/___/____ | **Prof.:** Luis Teixeira

1. TEORIA

1.1 O que é uma função do 1º grau

DEFINIÇÃO

Função do 1º grau (ou **função afim**) é toda função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ da forma

$$f(x) = ax + b, \qquad a,\ b \in \mathbb{R},\ a \neq 0.$$

a é o **coeficiente angular** (ou taxa de variação) e b é o **coeficiente linear** (ou termo independente).

Função	a	b	Observação
$f(x) = 3x + 2$	3	2	
$f(x) = -x + 5$	-1	5	
$f(x) = \frac{x}{2} - 7$	$\frac{1}{2}$	-7	$\frac{x}{2} = \frac{1}{2}x$
$f(x) = 4x$	4	0	função **linear** ($b = 0$)
$f(x) = 8 - 2x$	-2	8	atenção à ordem dos termos

ATENÇÃO

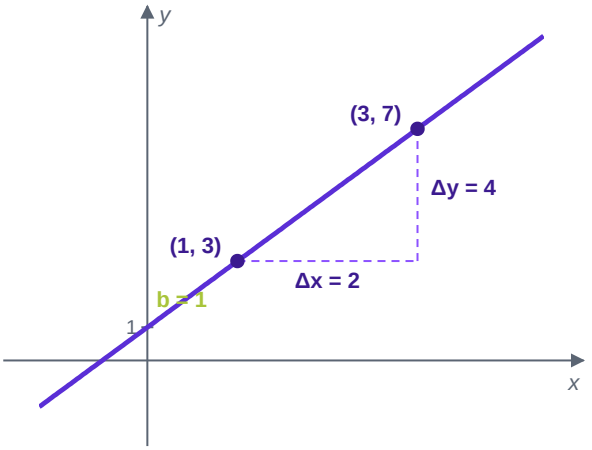
Se $a = 0$, ficamos com $f(x) = b$, a **função constante** (gráfico: reta horizontal). Ela **não** é do 1º grau. Por isso, em questões com parâmetro, como $f(x) = (m - 3)x + 1$, exigimos $m - 3 \neq 0$.

1.2 O coeficiente angular a: taxa de variação

Tomemos dois valores x_1 e x_2. Então

$$f(x_2) - f(x_1) = (ax_2 + b) - (ax_1 + b) = a(x_2 - x_1) \quad \Longrightarrow \quad a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

Assim, a **indica quanto** y **varia quando** x **aumenta 1 unidade**, e essa variação é a mesma em qualquer trecho. Por isso o gráfico é uma reta (inclinação constante).



Em $f(x) = 2x + 1$, a cada aumento de 1 unidade em x, y aumenta 2. Coeficiente angular $a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{4}{2} = 2$.

> **EXEMPLO**
> Em "o táxi cobra R$ 5,00 de bandeirada mais R$ 2,50 por km", o valor por km é a taxa de variação ($a = 2{,}5$) e a bandeirada é o valor inicial ($b = 5$): $P(x) = 2{,}5x + 5$.

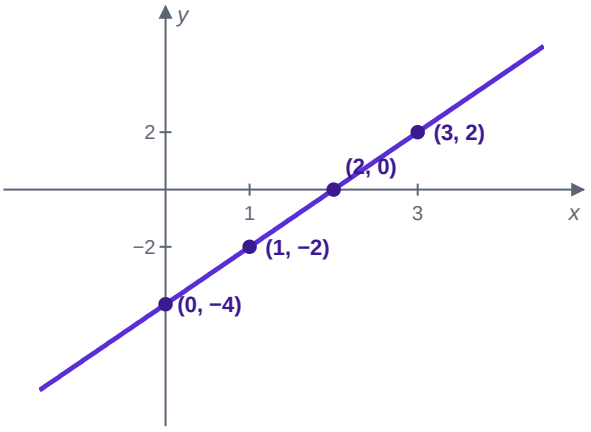
1.3 O coeficiente linear b: onde a reta corta o eixo y

Fazendo $x = 0$: $f(0) = a \cdot 0 + b = b$. Logo o gráfico passa pelo ponto $(0,\ b)$. Em problemas, b costuma ser o **valor inicial** ou a **parte fixa**.

1.4 Construindo o gráfico

Pela tabela. Escolha alguns valores de x, calcule $f(x)$ e marque os pontos. Para $f(x) = 2x - 4$:

x	$f(x) = 2x - 4$	ponto
0	$2 \cdot 0 - 4 = -4$	$(0, -4)$
1	$2 \cdot 1 - 4 = -2$	$(1, -2)$
2	$2 \cdot 2 - 4 = 0$	$(2, 0)$
3	$2 \cdot 3 - 4 = 2$	$(3, 2)$



Os pontos da tabela ficam todos sobre uma mesma reta: o gráfico de $f(x) = 2x - 4$.

Por dois pontos. Como o gráfico é uma reta, dois pontos são suficientes para traçá-lo. Os mais convenientes são o corte no eixo y, $(0, b)$, e o corte no eixo x (a raiz).

1.5 Raiz (zero) da função

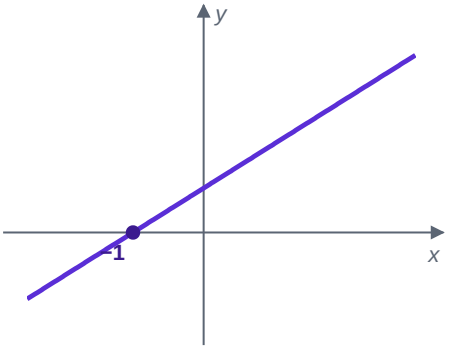
É o valor de x que zera a função: $ax + b = 0 \ \Rightarrow \ x = -\dfrac{b}{a}$. No gráfico, é onde a reta **corta o eixo** x: o ponto $\left(-\frac{b}{a},\ 0\right)$. Como $a \neq 0$, toda função do 1º grau tem **exatamente uma** raiz.

Ex.: $f(x) = 2x - 4 \Rightarrow 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$.

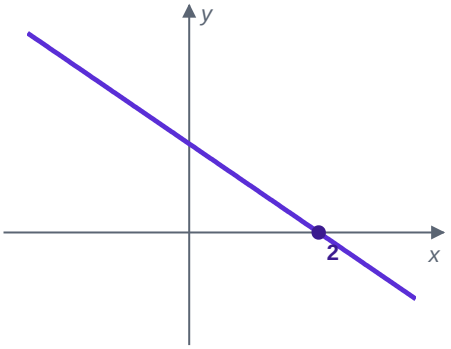
1.6 Função crescente e função decrescente

Se $x_2 > x_1$, então $x_2 - x_1 > 0$ e $f(x_2) - f(x_1) = a(x_2 - x_1)$ tem **o sinal de** a. Logo:

- se $a > 0$, $f(x)$ aumenta quando x aumenta: a função é **crescente** (a reta sobe da esquerda para a direita);
- se $a < 0$, $f(x)$ diminui quando x aumenta: a função é **decrescente** (a reta desce da esquerda para a direita).



$f(x) = x + 1$: $a = 1 > 0$, **crescente**



$g(x) = -x + 2$: $a = -1 < 0$, **decrescente**

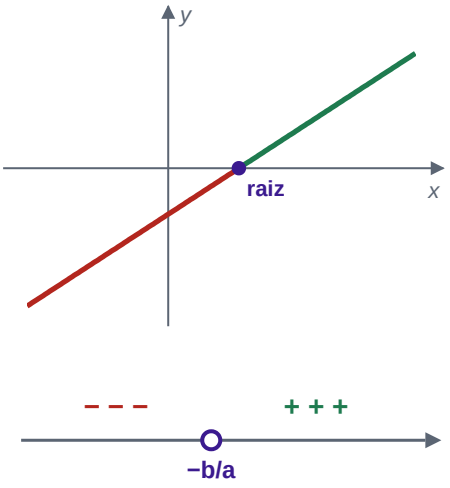
1.7 Encontrando a lei a partir de dois pontos

1. Calcule a taxa: $a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.
2. Substitua um dos pontos em $y = ax + b$ para achar b.
3. Confira com o outro ponto.

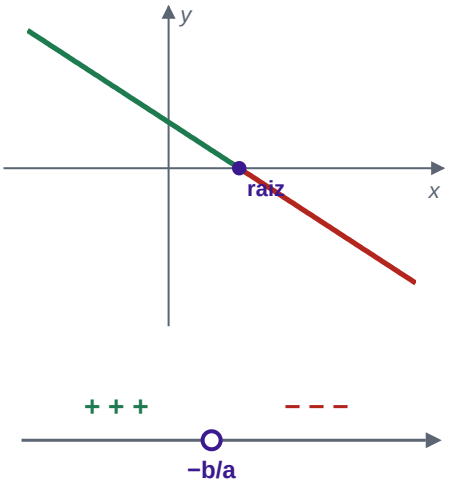
Ex.: pontos $(1, 5)$ e $(3, 9)$: $a = \frac{9-5}{3-1} = 2$; $5 = 2 \cdot 1 + b \Rightarrow b = 3 \Rightarrow f(x) = 2x + 3$. Verificação: $f(3) = 9$ ✓.

1.8 Estudo do sinal

A reta corta o eixo x uma única vez, na raiz $x_0 = -\frac{b}{a}$. De um lado da raiz ela fica acima do eixo e, do outro, abaixo:



$a > 0$: negativa antes da raiz, positiva depois



$a < 0$: positiva antes da raiz, negativa depois

Em verde, $f(x) > 0$; em vermelho, $f(x) < 0$.

> **REGRA PRÁTICA**
>
> **À direita da raiz**, f tem o **mesmo sinal de** a; **à esquerda**, o sinal **contrário**.

1.9 Função linear e proporcionalidade

Quando $b = 0$, $f(x) = ax$ é a **função linear**. Seu gráfico passa pela **origem** $(0, 0)$ e $\dfrac{f(x)}{x} = a$ é constante: y é **diretamente proporcional** a x (dobrando x, dobra y).

Ex.: 1 kg de arroz custa R$ 6 ⇒ $P(x) = 6x$; 3 kg custam 18, 6 kg custam 36. Já $P(x) = 2{,}5x + 5$ (táxi) **não** é proporcional: 10 km custam 30, mas 20 km custam 55 (e não 60).

1.10 Inequações do 1º grau

Uma inequação é resolvida como uma equação, com um cuidado adicional:

> **PROPRIEDADE**
>
> Ao **multiplicar ou dividir** os dois lados por um número **negativo**, o sentido da desigualdade **se inverte**. Ex.: $-2x + 6 > 0 \;\Rightarrow\; -2x > -6 \;\Rightarrow\; x < 3$ (dividimos por -2 e trocamos $>$ por $<$).

Justificativa. Temos $2 < 5$, mas $-2 > -5$: multiplicar por -1 troca cada número pelo seu simétrico e, por isso, inverte a ordem na reta numérica.

A mesma inequação pode ser resolvida pelo estudo do sinal: $-2x + 6 > 0$ pede os valores de x em que $f(x) = -2x + 6$ é positiva. Como a raiz é 3 e $a < 0$, isso ocorre à esquerda de 3, o que confirma $x < 3$.

> **ERROS COMUNS**
>
> - Ler o coeficiente angular pela posição: em $f(x) = 8 - 2x$, $a = -2$ (o número que multiplica x), e não 8.
> - Confundir b com a raiz. O valor b indica onde a reta corta o eixo y; a raiz é $-\frac{b}{a}$ (corte no eixo x).
> - Calcular $a = \frac{\Delta x}{\Delta y}$ (fração invertida). O correto é $\frac{\Delta y}{\Delta x}$: variação de y dividida pela variação de x.
> - Esquecer de inverter a desigualdade ao dividir por número negativo.
> - Supor que toda função afim representa proporcionalidade direta. Isso só vale para a função linear ($b = 0$).

1.11 Quadro-resumo

Item	Como obter	No gráfico
Coef. angular a	$a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$	inclinação da reta
Coef. linear b	$b = f(0)$	corte no eixo y: $(0, b)$
Raiz	$x = -\dfrac{b}{a}$	corte no eixo x
Crescente / decrescente	$a > 0$ / $a < 0$	sobe / desce
Sinal	à direita da raiz: sinal de a	acima / abaixo do eixo x
Linear	$b = 0$	passa pela origem

2. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Exercício resolvido 1. Para $f(x) = 3x - 6$, determine: os coeficientes, a raiz, se é crescente ou decrescente, o gráfico e o estudo do sinal.

Resolução:

1. **Coeficientes:** $a = 3$ (multiplica o x) e $b = -6$ (termo independente).
2. **Corte no eixo y:** $f(0) = -6 \Rightarrow$ ponto $(0, -6)$.
3. **Raiz:** $3x - 6 = 0 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow$ ponto $(2, 0)$.
4. **Crescimento:** $a = 3 > 0 \Rightarrow$ crescente.
5. **Gráfico:** a reta que passa por $(0, -6)$ e $(2, 0)$.
6. **Sinal:** $a > 0 \Rightarrow$ à direita da raiz é positiva, à esquerda é negativa.

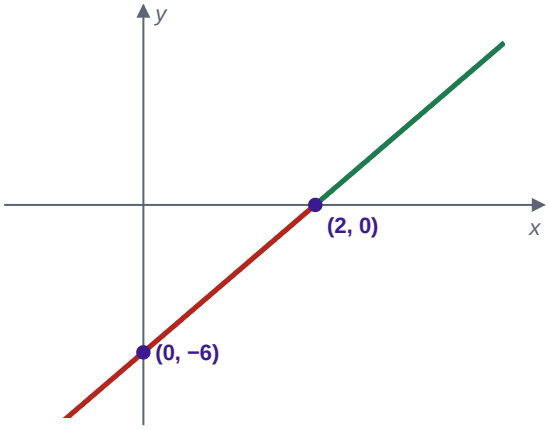
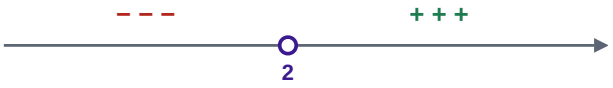


Gráfico de $f(x) = 3x - 6$.



Sinal de $f(x) = 3x - 6$.

Resposta: $a = 3$, $b = -6$, raiz 2, crescente; $f(x) < 0$ se $x < 2$, $f(x) = 0$ se $x = 2$, $f(x) > 0$ se $x > 2$.

Exercício resolvido 2. Determine a lei da função do 1º grau cujo gráfico passa por $(1, 5)$ e $(3, 9)$ e calcule $f(10)$.

Resolução:

1. **Taxa de variação:** quando x vai de 1 para 3 ($\Delta x = 2$), y vai de 5 para 9 ($\Delta y = 4$). Então $a = \frac{4}{2} = 2$.
2. **Coeficiente linear:** substituindo $(1, 5)$ em $y = 2x + b$: $5 = 2 + b \Rightarrow b = 3$.
3. **Conferência** com $(3, 9)$: $2 \cdot 3 + 3 = 9$ ✓.
4. **Valor pedido:** $f(10) = 2 \cdot 10 + 3 = 23$.

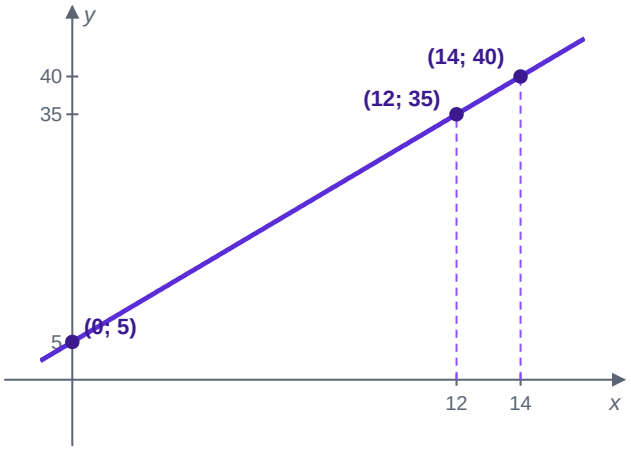
Outro caminho: montar o sistema $\begin{cases} a + b = 5 \\ 3a + b = 9 \end{cases}$ e subtrair as equações: $2a = 4$.

Resposta: $f(x) = 2x + 3$ e $f(10) = 23$.

Exercício resolvido 3 (problema). Um táxi cobra R$ 5,00 de bandeirada mais R$ 2,50 por quilômetro rodado. (a) Escreva o preço P em função dos quilômetros x. (b) Quanto custa uma corrida de 12 km? (c) Com R$ 40,00, quantos km é possível rodar?

Resolução:

1. **Identifique a parte fixa e a taxa:** fixo $= 5$ (é o b); por km $= 2{,}5$ (é o a).
2. **(a)** $P(x) = 2{,}5x + 5$.
3. **(b)** $P(12) = 2{,}5 \cdot 12 + 5 = 30 + 5 = 35$.
4. **(c)** Agora o preço é conhecido: $2{,}5x + 5 = 40 \Rightarrow 2{,}5x = 35 \Rightarrow x = 14$.



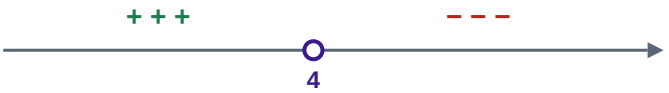
Preço da corrida (em R$) em função dos quilômetros rodados: $P(x) = 2{,}5x + 5$.

Resposta: (a) $P(x) = 2{,}5x + 5$; (b) R$ 35,00; (c) 14 km.

Exercício resolvido 4. Estude o sinal de $f(x) = -2x + 8$.

Resolução:

1. **Raiz:** $-2x + 8 = 0 \Rightarrow -2x = -8 \Rightarrow x = 4$.
2. **Sinal de a:** $a = -2 < 0 \Rightarrow$ função decrescente.
3. **Regra:** à direita da raiz, sinal de a (negativo); à esquerda, contrário (positivo).
4. **Verificação:** $f(0) = 8 > 0$, e 0 está à esquerda de 4 ✓.



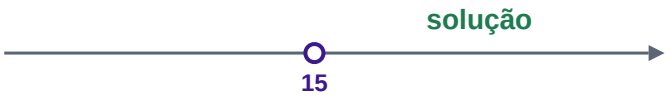
Sinal de $f(x) = -2x + 8$ ($a < 0$).

Resposta: $f(x) > 0$ para $x < 4$; $f(x) = 0$ para $x = 4$; $f(x) < 0$ para $x > 4$.

Exercício resolvido 5. Resolva a inequação $\dfrac{x-1}{2} - \dfrac{x+3}{3} > 1$.

Resolução:

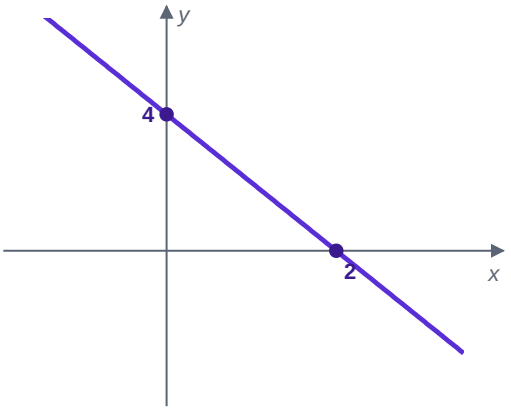
1. **Elimine os denominadores:** o MMC de 2 e 3 é 6. Multiplicamos os dois membros por 6, que é positivo; o sentido da desigualdade não muda: $3(x-1) - 2(x+3) > 6$.
2. **Distributiva** (atenção ao sinal de menos antes do parêntese): $3x - 3 - 2x - 6 > 6$.
3. **Reduza:** $x - 9 > 6 \Rightarrow x > 15$.
4. **Verificação:** para $x = 21$, $\frac{20}{2} - \frac{24}{3} = 10 - 8 = 2 > 1$ ✓. Para $x = 15$, obtemos $7 - 6 = 1$, que não é maior que 1; por isso a bolinha é aberta.



Solução: todos os x à direita de 15 (bolinha aberta).

Resposta: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 15\}$.

Exercício resolvido 6 (lendo o gráfico). O gráfico abaixo é de uma função do 1º grau. Determine sua lei e para quais x temos $f(x) > 0$.



Reta que passa por $(0, 4)$ e $(2, 0)$.

Resolução:

1. **Leitura:** a reta corta o eixo y em $4 \Rightarrow b = 4$; corta o eixo x em $2 \Rightarrow$ raiz 2.
2. **Taxa:** de $(0, 4)$ para $(2, 0)$: $a = \dfrac{0-4}{2-0} = -2$ (a reta é descendente, o que confirma $a < 0$).
3. **Lei:** $f(x) = -2x + 4$. Conferindo a raiz: $-2 \cdot 2 + 4 = 0$ ✓.
4. **Sinal:** a reta está acima do eixo x à esquerda de 2.

Resposta: $f(x) = -2x + 4$; $f(x) > 0$ **para** $x < 2$.

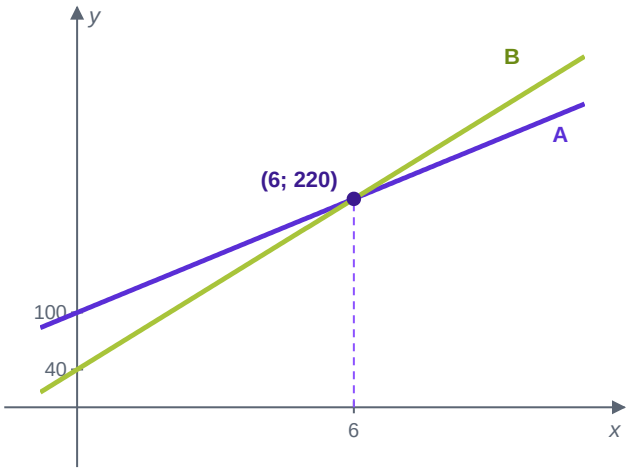
Exercício resolvido 7 (comparação de planos). A empresa A cobra R$ 100 fixos mais R$ 20 por hora de serviço; a empresa B cobra R$ 40 fixos mais R$ 30 por hora. A partir de quantas horas a empresa A fica mais barata?

Resolução:

1. **Modele:** $A(x) = 20x + 100$ e $B(x) = 30x + 40$, com x em horas.
2. **Condição para A ser mais barata:** $A(x) < B(x) \Rightarrow 20x + 100 < 30x + 40$.

3. **Resolva:** $100 - 40 < 30x - 20x \Rightarrow 60 < 10x \Rightarrow x > 6$.

4. **Interpretação gráfica:** as retas se cruzam em $x = 6$, quando as duas empresas cobram R$ 220. Antes disso, B é mais barata (valor fixo menor); depois, A é mais barata (valor por hora menor).



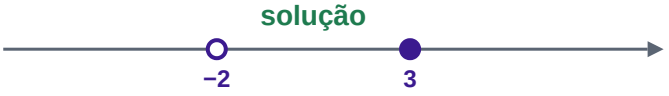
Custos de A (roxo) e B (verde). A partir de 6 h a reta de A fica **abaixo** da de B.

Resposta: para mais de 6 horas de serviço; com exatamente 6 h os preços são iguais (R$ 220).

Exercício resolvido 8 (nível concurso). Quantos números inteiros satisfazem $-3 < 2x + 1 \leq 7$?

Resolução:

1. Trata-se de uma **inequação dupla**: cada operação deve ser feita nas três partes ao mesmo tempo.
2. **Subtraia 1:** $-4 < 2x \leq 6$.
3. **Divida por 2** (número positivo; os sentidos se mantêm): $-2 < x \leq 3$.
4. **Inteiros:** -2 não entra (desigualdade estrita); 3 entra. Ficam $-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$.



Solução: $-2 < x \leq 3$.

Resposta: 5 números inteiros.

3. EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01 Para cada função, dê a, b, a raiz e diga se é crescente ou decrescente:
a) $f(x) = 2x - 10$ b) $g(x) = -x + 3$ c) $h(x) = \frac{x}{2} + 1$ d) $p(x) = -3x$

02 Determine a lei da função do 1º grau cujo gráfico passa por $(2, 1)$ e $(4, 7)$.

03 Sabendo que $f(x) = ax + b$, $f(1) = 4$ e $f(-1) = -2$, calcule $f(5)$.

04 Estude o sinal de: a) $f(x) = 4x - 12$ b) $g(x) = -5x - 10$

05 Resolva: a) $5x - 3 > 2x + 9$ b) $2(x - 1) \geq 5x + 7$

06 Um plano de celular custa R$ 30,00 por mês mais R$ 0,20 por minuto de ligação. a) Escreva a lei do custo $C(x)$. b) Quanto paga quem fala 150 minutos? c) Quantos minutos falou quem pagou R$ 50,00?

4. QUESTÕES DE CONCURSOS MILITARES

Questões oficiais de provas anteriores (EFOMM, EPCAR, EsPCEx, AFA e Escola Naval), selecionadas do banco de questões da Trilha Militares.

07 [EPCAR 2022]

Sejam S_I e S_{II} os conjuntos soluções das equações

$$(\mathrm{I})\ \frac{x}{2} - \frac{x+1}{3} > \frac{5x}{6} \qquad \text{e} \qquad (\mathrm{II})\ 3x - 7(x-4) \leq 31$$

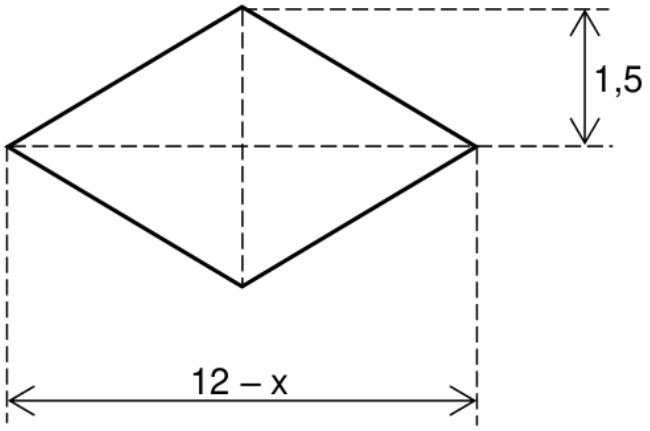
respectivamente.

Dos valores apresentados nas opções abaixo, o único que pertence a S_I e S_{II} é

(A) $-\frac{3}{8}$
(B) $-\frac{1}{2}$
(C) $-\frac{5}{8}$
(D) $-\frac{7}{8}$

08 [EPCAR 2024]

A figura abaixo é um losango e as medidas indicadas estão em metros.



Todos os possíveis valores reais de x para que a área desse losango seja maior ou igual a 72 m², são tais que

(A) $x \geq -84$
(B) $x \geq -36$
(C) $x \leq -84$
(D) $x \leq -36$

09 [EPCAR 2027]

A função $f(x) = ax + 2b$ é estritamente crescente. Sabe-se que $f(a) = 3b$ e $f(b) = 3a^2$, então, o valor de $f(5)$ é igual a:

(A) 2
(B) 7
(C) 12
(D) 17

10 [EsPCEx 2020]

A função real definida por $f(x) = (k^2 - 2k - 3)x + k$ é crescente se, e somente se

(A) $k > 0$.
(B) $-1 < k < 3$.
(C) $k \neq -1$ ou $k \neq 3$.
(D) $k = -1$ ou $k = 3$.
(E) $k < -1$ ou $k > 3$.

11 [EFOMM 2023]

Seja g uma função polinomial do primeiro grau, decrescente, tal que $g(g(x)) = 9x + 8$, para todo x real. Considere a progressão aritmética $2, 5, 8, \ldots, 44$. Pode-se afirmar que o valor numérico de

$$g(2) + g(5) + g(8) + \cdots + g(44)$$

é

(A) -1035
(B) -1050
(C) -1065
(D) -1080
(E) -1095

5. GABARITO COMENTADO

Q	Resp.	Q	Resp.	Q	Resp.	Q	Resp.
07	C	08	D	09	B	10	E
11	E						

▼ 01 a 06 – Fixação

01. a) $a = 2$, $b = -10$, raiz 5, crescente. b) $a = -1$, $b = 3$, raiz 3, decrescente. c) $a = \frac{1}{2}$, $b = 1$, raiz -2 ($\frac{x}{2} = -1$), crescente. d) $a = -3$, $b = 0$, raiz 0, decrescente (função linear).

02. $a = \frac{7-1}{4-2} = 3$; $1 = 3 \cdot 2 + b \Rightarrow b = -5 \Rightarrow f(x) = 3x - 5$.

03. $a + b = 4$ e $-a + b = -2$. Somando: $2b = 2 \Rightarrow b = 1$; logo $a = 3$. $f(x) = 3x + 1$ e $f(5) = 16$.

04. a) Raiz 3, $a > 0$: $f < 0$ para $x < 3$, $f > 0$ para $x > 3$. b) Raiz -2, $a < 0$: $g > 0$ para $x < -2$, $g < 0$ para $x > -2$.

05. a) $3x > 12 \Rightarrow x > 4$. b) $2x - 2 \geq 5x + 7 \Rightarrow -3x \geq 9 \Rightarrow x \leq -3$ (dividimos por -3 e invertemos).

06. a) $C(x) = 0{,}2x + 30$. b) $C(150) = 30 + 30 = 60$ ⇒ R$ 60,00. c) $0{,}2x + 30 = 50 \Rightarrow x = 100$ minutos.

▼ 07 a 11 – Concursos militares

07 (C) · EPCAR 2022.

(I) Multiplicando por 6: $3x - 2x - 2 > 5x$, então $x < -\frac{1}{2}$.

(II) $-4x + 28 \leq 31$, então $x \geq -\frac{3}{4}$.

Interseção: $-\frac{3}{4} \leq x < -\frac{1}{2}$. Entre as opções, só $-\frac{5}{8} = -0{,}625$ está aí.

08 (D) · EPCAR 2024.

As diagonais medem $12 - x$ e $2 \cdot 1{,}5 = 3$. A área é o semiproduto das diagonais:

$$\frac{3(12 - x)}{2} \geq 72 \;\Rightarrow\; 12 - x \geq 48 \;\Rightarrow\; x \leq -36$$

09 (B) · EPCAR 2027.

Crescente: $a > 0$. De $f(a) = a^2 + 2b = 3b$, $b = a^2$.

De $f(b) = ab + 2b = 3a^2$: $a^3 + 2a^2 = 3a^2$, ou $a^2(a - 1) = 0$. Com $a > 0$, $a = 1$ e $b = 1$.

$$f(x) = x + 2, \qquad f(5) = 7$$

10 (E) · EsPCEx 2020.

A função afim é crescente quando o coeficiente de x é positivo:

$$k^2 - 2k - 3 = (k - 3)(k + 1) > 0 \;\Leftrightarrow\; k < -1 \text{ ou } k > 3$$

11 (E) · EFOMM 2023.

Com $g(x) = ax + b$: $g(g(x)) = a^2x + ab + b$. Então $a^2 = 9$ e, sendo decrescente, $a = -3$; $-3b + b = 8 \Rightarrow b = -4$.

A PA tem $\frac{44-2}{3}+1=15$ termos, de soma $\frac{(2+44)\cdot 15}{2}=345$.

$$\sum g(x_i) = -3\cdot 345 - 4\cdot 15 = -1035 - 60 = -1095$$