PROF. LUIS TEIXEIRA
Física | Matemática

FICHA DE MATEMÁTICA

Equações

Fracionárias

Aluno(a): _____ | **Data:** ___/___/____ | **Prof.:** Luis Teixeira

1. TEORIA

1.1 Equação fracionária

DEFINIÇÃO

Uma equação é **fracionária** quando a incógnita aparece no **denominador** de pelo menos uma fração.

São fracionárias:

$\frac{3}{x} = 6$

$\frac{2}{x-1} = \frac{3}{x+1}$

$x + \frac{6}{x} = 5$

$\frac{x}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$

Não são fracionárias:

$\frac{x}{2} + 1 = 4$ (denominador numérico)

$\frac{x+3}{5} = \frac{x}{4}$

Nesses casos, o x aparece apenas no **numerador**, e a equação se resolve com o MMC dos denominadores numéricos, como no 7º ano.

Para resolver uma equação fracionária, **eliminam-se os denominadores** multiplicando todos os termos pelo MMC. Obtém-se, então, uma equação do 1º ou do 2º grau. O cuidado adicional é respeitar a **condição de existência**.

1.2 Condição de existência (C.E.)

Como não existe divisão por zero, antes de qualquer cálculo anotamos os valores de x que anulam algum denominador. Esses valores são **proibidos**: não podem ser solução da equação.

COMO ACHAR A C.E.

1. Liste todos os denominadores que contêm x.
2. Iguale cada um a zero e resolva.
3. Os valores encontrados **não podem** ser solução: escreva $x \neq \ldots$.

Exemplos:

- $\frac{5}{x-4} = 1$: $x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$. C.E.: $x \neq 4$.

- $\dfrac{3}{x} + \dfrac{1}{x+2} = 0$: C.E.: $x \neq 0$ e $x \neq -2$.
- $\dfrac{x+1}{x^2-9} = 2$: $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$. C.E.: $x \neq 3$ e $x \neq -3$.



Em verde: valores permitidos. Círculos vazios: valores proibidos.

C.E. de $\dfrac{x+1}{x^2-9} = 2$: todos os reais, exceto -3 e 3.

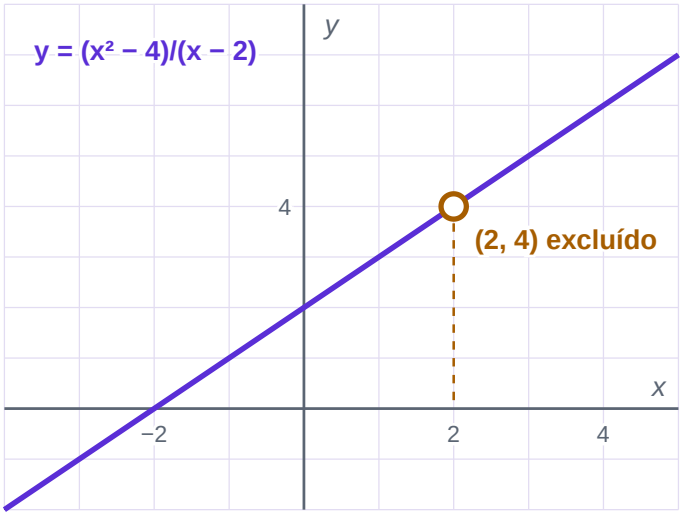
1.3 A importância da C.E.

Para eliminar os denominadores, multiplicamos os dois membros por uma **expressão com** x. Se essa expressão valer zero, a multiplicação elimina a informação de que ali havia uma divisão por zero, e a nova equação pode admitir um valor que a original não admite.

EXEMPLO

$\dfrac{x}{x-1} = \dfrac{1}{x-1}$. Multiplicando por $(x-1)$: $x = 1$.
Mas $x = 1$ anula o denominador: na equação original, $\dfrac{1}{0}$ não existe. Logo, $S = \varnothing$.

O gráfico abaixo ilustra o mesmo fato. A expressão $\dfrac{x^2-4}{x-2}$ se simplifica para $x+2$ (pois $x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$), mas **não está definida** em $x = 2$. Seu gráfico é a reta $y = x + 2$ sem o ponto de abscissa 2.



Simplificar $\dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2}$ só vale para $x \neq 2$: o ponto $(2, 4)$ fica de fora.

1.4 MMC de expressões algébricas

Para achar o MMC de denominadores com x, faça como com números: **fatore** cada denominador e pegue **todos os fatores**, cada um com o **maior expoente** que aparecer.

Caso de fatoração	Exemplo
Fator comum	$2x+6=2(x+3)\ \cdot\ x^2-3x=x(x-3)$
Diferença de quadrados	$x^2-9=(x-3)(x+3)$
Trinômio quadrado perfeito	$x^2+6x+9=(x+3)^2$
Trinômio do 2º grau (soma e produto)	$x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$

Exemplo: MMC de $x-3$, x^2-9 e $2x+6$.

- $x-3$ (não se fatora); $x^2-9=(x-3)(x+3)$; $2x+6=2(x+3)$.
- Fatores que aparecem: 2, $(x-3)$, $(x+3)$, cada um com expoente 1.
- $\text{MMC}=2(x-3)(x+3)$.

> **DICA**
> A fatoração dos denominadores fornece também a C.E.: no exemplo acima, $x\neq 3$ e $x\neq -3$.

1.5 O método em 5 passos

> **ROTEIRO**
>
> 1. **Fatore** os denominadores.
> 2. Escreva a **C.E.** (valores proibidos).
> 3. Calcule o **MMC** e multiplique **todos os termos** dos dois membros por ele (os denominadores são eliminados).
> 4. Resolva a equação obtida (1º ou 2º grau).
> 5. **Confira** cada raiz com a C.E. e descarte as proibidas. Escreva o conjunto solução.

Caso da proporção: se a equação tem **uma fração de cada lado**, $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, pode-se usar o produto cruzado: $a\cdot d=b\cdot c$ (com $b\neq 0$ e $d\neq 0$).
Exemplo: $\frac{3}{x}=\frac{6}{x+2}\Rightarrow 3(x+2)=6x\Rightarrow 3x+6=6x\Rightarrow x=2$ (C.E.: $x\neq 0,\ -2$ ✓).

> **ERROS COMUNS**
>
> - **Esquecer a C.E.** e aceitar uma raiz que zera um denominador.
> - **Multiplicar só alguns termos** pelo MMC. Em $x+\frac{6}{x}=5$, o x e o 5 também são multiplicados por x: $x^2+6=5x$.
> - **Sinal de menos antes da fração:** $-\frac{x-1}{x}$ vira $-(x-1)=-x+1$ depois de multiplicar por x. Use parênteses.
> - **Cancelar parcelas de uma soma:** $\frac{x+2}{x}\neq 2$. Só se cancelam **fatores**, nunca parcelas.

1.6 Equações fracionárias em problemas

Muitos problemas levam a frações com x no denominador. Os modelos mais comuns são:

Situação	Raciocínio	Equação típica
Torneiras / trabalho conjunto	Quem faz o serviço em a horas faz $\frac{1}{a}$ do serviço por hora. As partes por hora se **somam**.	$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{t}$
Velocidade e tempo	$\text{tempo}=\frac{\text{distância}}{\text{velocidade}}$	$\frac{60}{v}-\frac{60}{v+5}=1$
Divisão de uma quantia	Cada um recebe (ou paga) $\frac{\text{total}}{\text{nº de pessoas}}$	$\frac{240}{n-2}-\frac{240}{n}=20$

Nos problemas, além da C.E., descarte respostas que **não fazem sentido** (tempo negativo, número de pessoas negativo etc.).

1.7 Quadro-resumo

Exemplo usado na tabela: $\frac{x}{x-2}+\frac{1}{x+2}=\frac{8}{x^2-4}$

Etapa	O que fazer	No exemplo
Fatorar	Decompor os denominadores	$x^2-4=(x-2)(x+2)$
C.E.	Denominadores $\neq 0$	$x\neq 2$ e $x\neq -2$
MMC	Todos os fatores, maior expoente	$(x-2)(x+2)$
Eliminar denominadores	Multiplicar **todos** os termos pelo MMC	$x(x+2)+(x-2)=8$
Resolver	1º ou 2º grau	$x^2+3x-10=0$ $x=2$ ou $x=-5$
Conferir	Descartar valores proibidos	$x=2$ × $x=-5$ ✓ $S=\{-5\}$

2. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Exercício resolvido 1. Resolva $\frac{2}{x-1}=\frac{3}{x+1}$.

Resolução:

1. **C.E.:** $x-1\neq 0$ e $x+1\neq 0$, ou seja, $x\neq 1$ e $x\neq -1$.
2. **Uma fração em cada membro:** pelo produto cruzado, $2(x+1)=3(x-1)$.
3. **Distribuindo:** $2x+2=3x-3\Rightarrow 2+3=3x-2x\Rightarrow x=5$.
4. **Conferindo:** 5 não é proibido. Na equação: $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ ✓.

Resposta: $S=\{5\}$

Exercício resolvido 2. Resolva $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{3}{4}$.

Resolução:

1. **C.E.:** $x \neq 0$ (é o único valor que zera x e $2x$).
2. **MMC** de x, $2x$ e 4: precisamos do 4 (que já contém o 2) e do x ⇒ $\text{MMC} = 4x$.
3. **Multiplicando cada termo por $4x$:**

$$4x \cdot \frac{1}{x} + 4x \cdot \frac{1}{2x} = 4x \cdot \frac{3}{4} \;\Rightarrow\; 4 + 2 = 3x.$$

4. **Resolvendo:** $3x = 6 \Rightarrow x = 2$, que respeita a C.E.
5. **Conferindo:** $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ ✓.

Resposta: $S = \{2\}$

Exercício resolvido 3. Resolva $x + \frac{6}{x} = 5$.

Resolução:

1. **C.E.:** $x \neq 0$.
2. **MMC = x.** Todos os termos são multiplicados, inclusive x e 5:

$$x \cdot x + x \cdot \frac{6}{x} = 5 \cdot x \;\Rightarrow\; x^2 + 6 = 5x.$$

3. **Organizando:** $x^2 - 5x + 6 = 0$, equação do 2º grau.
4. **Soma e produto:** dois números com soma 5 e produto 6: 2 e 3. (Ou Bhaskara: $\Delta = 25 - 24 = 1$, $x = \frac{5 \pm 1}{2}$.)
5. **Conferindo:** nenhum é zero. $2 + 3 = 5$ ✓ e $3 + 2 = 5$ ✓.

Resposta: $S = \{2,\ 3\}$

Exercício resolvido 4. Resolva $\dfrac{x}{x-2}+\dfrac{1}{x+2}=\dfrac{8}{x^2-4}$.

Resolução:

1. **Fatorando:** $x^2-4=(x-2)(x+2)$ (diferença de quadrados).
2. **C.E.:** $x\neq 2$ e $x\neq -2$.
3. **MMC** $=(x-2)(x+2)$. Multiplicando cada termo pelo MMC, os denominadores são eliminados:

$$x(x+2)+1\cdot(x-2)=8.$$

4. **Desenvolvendo:** $x^2+2x+x-2-8=0\Rightarrow x^2+3x-10=0$.
5. **Resolvendo:** soma -3, produto -10 ⇒ $x=2$ ou $x=-5$.
6. **Conferindo com a C.E.:**

x	$x-2$	$x+2$	Situação
2	0	4	× anula um denominador: descartar
-5	-7	-3	✓ permitido

Verificação de $x=-5$: $\dfrac{-5}{-7}+\dfrac{1}{-3}=\dfrac{15-7}{21}=\dfrac{8}{21}$ e $\dfrac{8}{25-4}=\dfrac{8}{21}$ ✓.

Resposta: $S=\{-5\}$

Exercício resolvido 5. Resolva $\dfrac{x}{x-2}-\dfrac{1}{x-3}=\dfrac{2}{x^2-5x+6}$.

Resolução:

1. **Fatorando o trinômio:** dois números com soma -5 e produto 6: -2 e -3. Logo $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$.
2. **C.E.:** $x\neq 2$ e $x\neq 3$.
3. **MMC** $=(x-2)(x-3)$. Multiplicando (atenção ao sinal de menos; use parênteses):

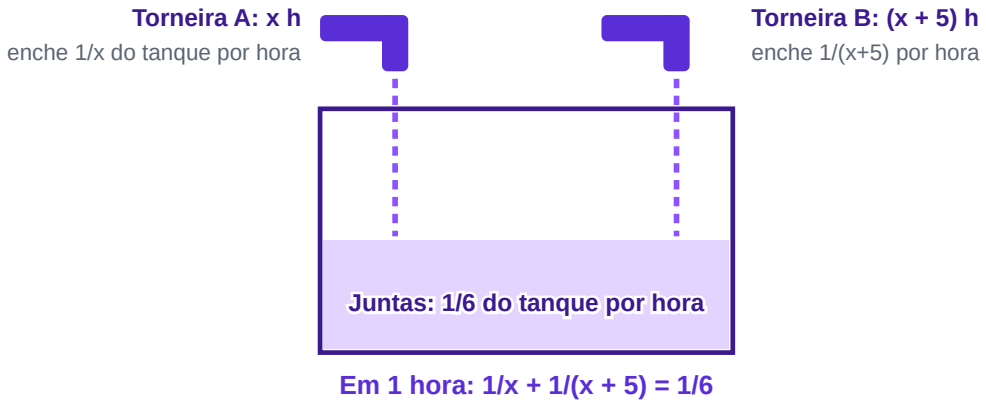
$$x(x-3)-(x-2)=2.$$

4. **Desenvolvendo:** $x^2-3x-x+2=2\Rightarrow x^2-4x=0\Rightarrow x(x-4)=0$.
5. **Raízes:** $x=0$ ou $x=4$. Nenhuma delas é 2 ou 3; ambas são válidas.
6. **Verificação:**

x	1º membro	2º membro	Confere?
0	$0-\frac{1}{-3}=\frac{1}{3}$	$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$	✓
4	$\frac{4}{2}-\frac{1}{1}=1$	$\frac{2}{16-20+6}=1$	✓

Resposta: $S=\{0,\ 4\}$

Exercício resolvido 6 (torneiras). Duas torneiras, juntas, enchem um tanque em 6 horas. Sozinha, a torneira B gasta 5 horas a mais que a torneira A. Quanto tempo cada uma gasta sozinha?

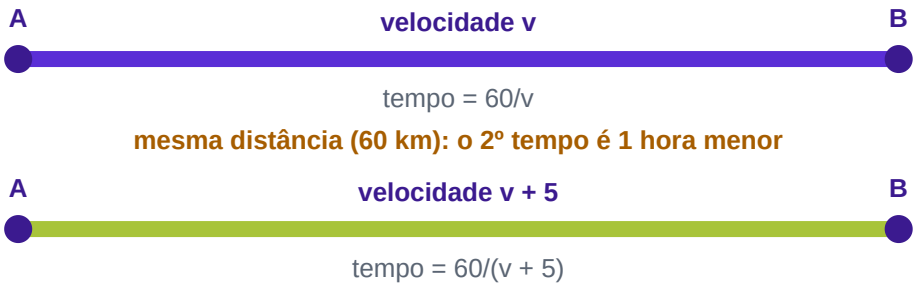


Resolução:

1. **Incógnita:** seja x o tempo (em horas) da torneira A. Então B gasta $x + 5$ horas.
2. **Raciocínio por hora:** A enche $\frac{1}{x}$ do tanque por hora; B enche $\frac{1}{x+5}$; juntas, $\frac{1}{6}$. Logo:
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}.$$
3. **C.E.:** $x \neq 0$ e $x \neq -5$ (e, pelo problema, $x > 0$).
4. **MMC** $= 6x(x+5)$: $6(x+5) + 6x = x(x+5) \Rightarrow 12x + 30 = x^2 + 5x$.
5. **Organizando:** $x^2 - 7x - 30 = 0$. Soma 7, produto -30 ⇒ $x = 10$ ou $x = -3$.
6. **Interpretando:** tempo não é negativo ⇒ $x = 10$. Então B gasta 15 h.
Conferindo: $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{3+2}{30} = \frac{1}{6}$ ✓.

Resposta: A gasta 10 h e B gasta 15 h

Exercício resolvido 7 (velocidade). Um ciclista percorre 60 km com velocidade constante. Se ele aumentasse a velocidade em 5 km/h, gastaria 1 hora a menos. Qual é a velocidade dele?



Resolução:

1. **Incógnita:** v = velocidade (km/h). Tempo atual: $\frac{60}{v}$. Tempo mais rápido: $\frac{60}{v+5}$.
2. **Montando:** o tempo atual é 1 hora maior que o outro:

$$\frac{60}{v} - \frac{60}{v+5} = 1.$$

3. **C.E.:** $v \neq 0$, $v \neq -5$ (e $v > 0$).
4. **MMC** $= v(v+5)$: $60(v+5) - 60v = v(v+5) \Rightarrow 300 = v^2 + 5v$.
5. **Resolvendo:** $v^2 + 5v - 300 = 0$; $\Delta = 25 + 1200 = 1225 = 35^2$; $v = \frac{-5 \pm 35}{2} \Rightarrow v = 15$ ou $v = -20$.
6. **Interpretando:** velocidade positiva ⇒ $v = 15$ km/h.
   Conferindo: $\frac{60}{15} = 4$ h e $\frac{60}{20} = 3$ h; diferença de 1 h ✓.

Resposta: 15 km/h

Exercício resolvido 8 (divisão de quantia). Um grupo de amigos ia dividir igualmente uma conta de 240 reais. Dois deles foram embora sem pagar e, por isso, cada um dos demais pagou 20 reais a mais. Quantos amigos havia no início?

Resolução:

1. **Incógnita:** n = número inicial de amigos. Cada um pagaria $\frac{240}{n}$; com dois a menos, cada um pagou $\frac{240}{n-2}$.
2. **Montando:** a nova parte é 20 reais maior:

$$\frac{240}{n-2} - \frac{240}{n} = 20.$$

3. **C.E.:** $n \neq 0$ e $n \neq 2$ (e n inteiro maior que 2).
4. **MMC** $= n(n-2)$: $240n - 240(n-2) = 20n(n-2) \Rightarrow 480 = 20n^2 - 40n$.
5. **Simplificando** (dividindo por 20): $n^2 - 2n - 24 = 0$ ⇒ soma 2, produto -24 ⇒ $n = 6$ ou $n = -4$.
6. **Interpretando:** $n = 6$ amigos. Conferindo: $240 \div 6 = 40$ e $240 \div 4 = 60$; diferença de 20 reais ✓.

Resposta: 6 amigos

3. EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01 Escreva a condição de existência de cada equação:
a) $\frac{5}{x-4}=1$ b) $\frac{x+1}{x^2-25}=2$ c) $\frac{3}{x}+\frac{1}{x+2}=0$ d) $\frac{1}{x^2-6x+9}=4$

02 Resolva em $\mathbb{R}$:
a) $\frac{4}{x+1}=2$ b) $\frac{3}{x-1}=\frac{2}{x+2}$ c) $\frac{1}{x}+\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$ d) $x-\frac{8}{x}=2$

03 Resolva $\frac{x}{x-3}=\frac{3}{x-3}+2$ e explique o resultado.

04 Resolva $\frac{2}{x-1}+\frac{3}{x+1}=\frac{5}{x^2-1}$.

05 Resolva $\frac{x+2}{x-2}-\frac{x-2}{x+2}=\frac{24}{x^2-4}$.

06 a) Uma torneira enche um tanque em 4 h e outra em 12 h. Abertas juntas, em quanto tempo enchem o tanque?
b) Uma torneira enche um tanque em 4 h e um ralo o esvazia em 12 h. Com os dois abertos, em quanto tempo o tanque enche?

4. QUESTÕES DE CONCURSOS MILITARES

Questões oficiais de provas anteriores (EFOMM, EPCAR, EsPCEx, AFA e Escola Naval), selecionadas do banco de questões da Trilha Militares.

07 [EFOMM 2018]

No "Baile dos FERAS", os organizadores notaram que a razão entre o número de homens e o número de mulheres presentes, no início do evento, era de $\frac{7}{10}$. Durante o show, nenhum homem ou nenhuma mulher saiu ou entrou. Ao final do show, os organizadores observaram no local o aumento de 255 homens e a redução de 150 mulheres, de modo que a razão entre o número de homens e o número de mulheres presentes depois disso passou a ser $\frac{9}{10}$. Qual é o número total de pessoas que estiveram presentes em algum momento no show?

(A) 3954.
(B) 3570.
(C) 3315.
(D) 1950.
(E) 1365.

08 [AFA 2018]

Considere a função real $f(x)=\frac{1}{2x+2}$, $x\neq -1$. Se $f(-2+a)+\frac{1}{5}=f(-a)$, então $f\left(\frac{a}{2}-1\right)+f(4+a)$ é igual a

(A) 1
(B) 0,75
(C) 0,5
(D) 0,25

09 [EPCAR 2023]

O produto das raízes da equação

$$\frac{3a-4}{a^2-16}=\frac{1}{a-4}-\frac{2-a}{a^2-8a+16}$$

na incógnita a, com $a \neq \pm 4$, é igual a

(A) $\frac{40}{3}$
(B) 40
(C) $\frac{10}{3}$
(D) 18

10 [EPCAR 2026]

Os alunos Gabriel, Isabela e Maria Fernanda foram selecionados pelo Chefe do Corpo de Alunos (CA) para realizarem uma vistoria em todas as instalações, incluindo salas de aula e alojamentos que serão utilizados pelos candidatos aprovados no CPCAR 2026. Ao final dessa vistoria, devem apresentar um relatório com todas as discrepâncias e sugestões de melhorias ao Chefe do CA para que este solicite ao setor responsável que faça as devidas manutenções.

Sabe-se que os três alunos juntos realizam toda a missão em um tempo de t horas. Se a tarefa for realizada individualmente, o aluno Gabriel necessitará do dobro do tempo t mais 1 hora para finalizar. A aluna Isabela, por sua vez, faz a missão com o triplo do tempo dos três juntos, e a aluna Maria Fernanda, sozinha, precisará do dobro de horas utilizadas por Gabriel menos 1 hora.

Considerando $\sqrt{13} \cong 3{,}6$ e os tempos individuais de cada aluno, em minutos, pode-se afirmar que:

(A) o tempo gasto por Gabriel possui 32 divisores inteiros.
(B) o tempo gasto por Isabela é um número divisível por 19
(C) o tempo de Maria Fernanda é um número quadrado perfeito.
(D) o tempo gasto por Maria Fernanda possui 24 divisores naturais.

11 [Escola Naval 2025]

Considere o conjunto $P=\left\{(a,b) \in \mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^*;\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{50}\right\}$. Assinale a opção que apresenta corretamente o número de elementos do conjunto P.

(A) 27
(B) 28
(C) 29
(D) 30
(E) 31

5. GABARITO COMENTADO

Q	Resp.	Q	Resp.	Q	Resp.	Q	Resp.
07	B	08	D	09	B	10	A
11	C						

▼ 01 a 06 – Fixação

01. a) $x \neq 4$. b) $x^2 - 25 = (x-5)(x+5) \Rightarrow x \neq 5$ e $x \neq -5$. c) $x \neq 0$ e $x \neq -2$. d) $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2 \Rightarrow x \neq 3$.

02. a) C.E. $x \neq -1$: $4 = 2(x+1) \Rightarrow x = 1 \Rightarrow S = \{1\}$. b) C.E. $x \neq 1, -2$: $3(x+2) = 2(x-1) \Rightarrow 3x + 6 = 2x - 2 \Rightarrow x = -8 \Rightarrow S = \{-8\}$. c) C.E. $x \neq 0$; MMC $6x$: $6 + 2x = 3x \Rightarrow x = 6 \Rightarrow S = \{6\}$. d) C.E. $x \neq 0$; MMC x: $x^2 - 8 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = 4$ ou $x = -2$ (ambos permitidos) $\Rightarrow S = \{-2,\ 4\}$.

03. C.E. $x \neq 3$. MMC $x - 3$: $x = 3 + 2(x-3) \Rightarrow x = 2x - 3 \Rightarrow x = 3$. Mas 3 é proibido (zera o denominador), então $S = \varnothing$: a equação não tem solução.

04. C.E. $x \neq \pm 1$. MMC $(x-1)(x+1)$: $2(x+1) + 3(x-1) = 5 \Rightarrow 5x - 1 = 5 \Rightarrow x = \frac{6}{5}$ (permitido) $\Rightarrow S = \left\{\frac{6}{5}\right\}$.

05. C.E. $x \neq \pm 2$. MMC $(x-2)(x+2)$: $(x+2)^2 - (x-2)^2 = 24 \Rightarrow (x^2 + 4x + 4) - (x^2 - 4x + 4) = 24 \Rightarrow 8x = 24 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow S = \{3\}$. Verificação: $\frac{5}{1} - \frac{1}{5} = \frac{24}{5}$ e $\frac{24}{5}$ ✓.

06. a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{3+1}{12} = \frac{1}{3}$ do tanque por hora ⇒ **3 h**. b) O ralo tira $\frac{1}{12}$ por hora: $\frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ por hora ⇒ **6 h**.

▼ 07 a 11 – Concursos militares

07 (B) · EFOMM 2018.

Início: $7k$ homens e $10k$ mulheres.

$$\frac{7k + 255}{10k - 150} = \frac{9}{10} \;\Rightarrow\; 70k + 2550 = 90k - 1350 \;\Rightarrow\; k = 195$$

No início havia $1365 + 1950 = 3315$ pessoas; depois chegaram 255 homens (as 150 mulheres que saíram já tinham estado lá):

$$3315 + 255 = 3570$$

08 (D) · AFA 2018.

$$\frac{1}{2a-2} + \frac{1}{5} = \frac{1}{2-2a} \implies \frac{2}{2a-2} = -\frac{1}{5} \implies a - 1 = -5 \implies a = -4$$

$$f(-3) + f(0) = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 0{,}25$$

09 (B) · EPCAR 2023.

Os denominadores são $(a-4)(a+4)$, $a-4$ e $(a-4)^2$. Multiplicando tudo por $(a-4)^2(a+4)$:

$$(3a-4)(a-4) = (a-4)(a+4) - (2-a)(a+4)$$

$$3a^2 - 16a + 16 = 2a^2 + 2a - 24 \;\Rightarrow\; a^2 - 18a + 40 = 0$$

As raízes $9 \pm \sqrt{41}$ não são ± 4, então valem as duas. Produto: 40.

10 (A) · EPCAR 2026.

Tempos individuais: Gabriel $2t+1$, Isabela $3t$, Maria Fernanda $2(2t+1)-1 = 4t+1$. Somando as frações do trabalho feitas por hora:

$$\frac{1}{2t+1} + \frac{1}{3t} + \frac{1}{4t+1} = \frac{1}{t} \;\Rightarrow\; \frac{6t+2}{(2t+1)(4t+1)} = \frac{2}{3t}$$

$3t(6t+2) = 2(8t^2+6t+1)$, ou $t^2 - 3t - 1 = 0$, e $t = \frac{3+\sqrt{13}}{2} \approx 3{,}3$ h.

Gabriel: $7{,}6$ h $= 456$ min $= 2^3 \cdot 3 \cdot 19$, com 16 divisores naturais e 32 divisores inteiros (contando os negativos). A é a correta.

Isabela: $9{,}9$ h $= 594$ min $= 2 \cdot 3^3 \cdot 11$, não divisível por 19. Maria Fernanda: $14{,}2$ h $= 852$ min $= 2^2 \cdot 3 \cdot 71$, que não é quadrado perfeito e tem 12 divisores naturais.

11 (C) · Escola Naval 2025.

$$50(a+b) = ab \;\Leftrightarrow\; (a-50)(b-50) = 2500 = 2^2 \cdot 5^4$$

2500 tem $3 \cdot 5 = 15$ divisores positivos, então $2 \cdot 15 = 30$ pares de fatores com sinal. O par $(-50, -50)$ daria $a = b = 0$, que não pode: sobram 29.