PROF. LUIS TEIXEIRA
Física | Matemática

FICHA DE FÍSICA

Eletromagnetismo

Indução eletromagnética

Aluno(a): _____ | **Data:** ___/___/____ | **Prof.:** Luis Teixeira

1. TEORIA

1.1 De Oersted a Faraday

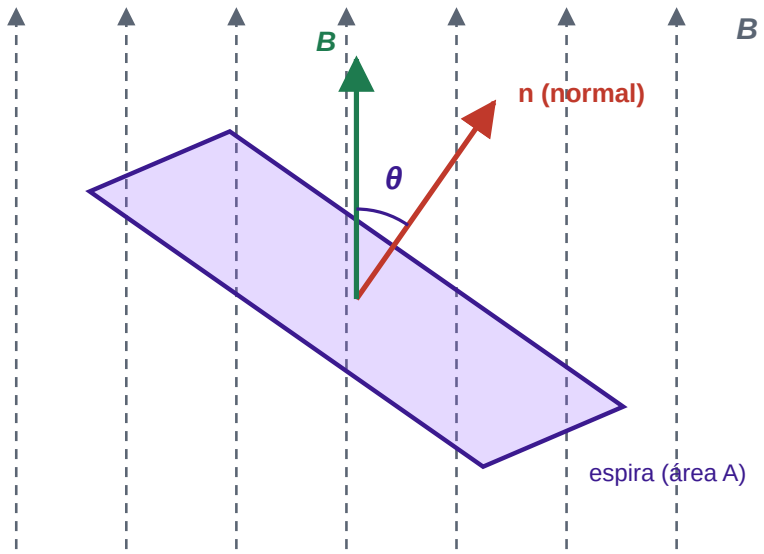
Em 1820, **Oersted** mostrou que a corrente elétrica cria campo magnético: a agulha de uma bússola desvia quando colocada perto de um fio percorrido por corrente. A partir daí, vários físicos procuraram o efeito inverso, isto é, obter corrente elétrica a partir do magnetismo.

- **Faraday** (1831) enrolou duas bobinas num mesmo anel de ferro e ligou uma delas a uma pilha. O galvanômetro ligado à outra bobina só se movia no instante em que o circuito era ligado ou desligado; com a corrente constante, não indicava corrente.
- Ao aproximar ou afastar um ímã de uma bobina, o galvanômetro também acusava corrente, cujo sentido dependia de o ímã estar se aproximando ou se afastando. Com o ímã parado, mesmo dentro da bobina, não havia corrente.

> **PRINCÍPIO DA INDUÇÃO**
> A corrente não é produzida pelo campo magnético em si, mas pela variação do campo que atravessa o circuito. A grandeza que mede o campo que atravessa uma espira é o **fluxo magnético**. Sempre que o fluxo varia, surge no circuito uma **força eletromotriz induzida** (f.e.m.) e, se o circuito for fechado, uma **corrente induzida**. Esse é o princípio dos geradores das usinas, dos transformadores, dos carregadores sem fio e dos fogões de indução.

1.2 Fluxo magnético

> **DEFINIÇÃO**
> Para uma espira plana de área A num campo uniforme $\vec{B}$:
>
> $$\Phi = B \cdot A \cdot \cos\theta$$
>
> em que θ é o ângulo entre $\vec{B}$ e a **normal** $\vec{n}$ (reta perpendicular ao plano da espira). Unidade SI: **weber**, $1\ \text{Wb} = 1\ \text{T} \cdot \text{m}^2$. Para uma bobina de N espiras iguais, o fluxo total (enlaçado) é $N\Phi$.



Φ = B·A·cos θ (θ = ângulo entre B e a normal da espira)

O fluxo é proporcional ao número de linhas de campo que atravessam a espira. Só a componente de B ao longo da normal, $B\cos\theta$, atravessa a superfície.

- $\theta = 0°$ (campo perpendicular ao plano da espira): $\Phi = BA$, o máximo.
- $\theta = 90°$ (campo paralelo ao plano da espira): $\Phi = 0$, pois nenhuma linha de campo atravessa a espira.
- $\theta = 180°$: $\Phi = -BA$. O sinal indica por qual face o campo entra; por isso, girar a espira de $180°$ produz uma variação de fluxo de módulo $2BA$.

Exemplo: espira de $0{,}02$ m² num campo de $0{,}5$ T, com $\theta = 60°$: $\Phi = 0{,}5 \cdot 0{,}02 \cdot \frac{1}{2} = 5 \times 10^{-3}$ Wb.

ERRO COMUM

Muitos enunciados dão o ângulo entre $\vec{B}$ e o **plano** da espira (que chamaremos de α). Nesse caso, $\theta = 90° - \alpha$ e $\Phi = BA\ \operatorname{sen}\alpha$. Antes de aplicar a fórmula, verifique se o ângulo dado é medido em relação à normal ou ao plano.

1.3 Lei de Faraday

LEI DE FARADAY–NEUMANN

$$\varepsilon = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

A f.e.m. induzida é proporcional à rapidez com que o fluxo varia. O sinal negativo expressa a lei de Lenz (item 1.4); para calcular o módulo, use $|\varepsilon| = N\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$. Com resistência total R: $i = \frac{|\varepsilon|}{R}$.

Como $\Phi = BA\cos\theta$, há três maneiras de fazer o fluxo variar:

O que varia	Exemplo	F.e.m.
o campo B	ímã se aproximando; corrente variando numa bobina vizinha; carregador sem fio	$\varepsilon = NA\,\dfrac{\Delta B}{\Delta t}$
a área A	barra deslizando sobre trilhos; espira entrando numa região de campo	$\varepsilon = NB\,\dfrac{\Delta A}{\Delta t}$
o ângulo θ	espira girando dentro de um ímã (gerador)	$\varepsilon = NBA\omega\,\operatorname{sen}(\omega t)$

Exemplo: bobina de 100 espiras e área 4×10^{-3} m²; o campo perpendicular sobe de $0{,}1$ T para $0{,}6$ T em $0{,}2$ s. $|\varepsilon| = 100 \cdot 4 \times 10^{-3} \cdot \dfrac{0{,}5}{0{,}2} = 1$ V.

DICA: CARGA INDUZIDA

A carga que passa por um circuito de resistência R enquanto o fluxo varia é

$$q = i\,\Delta t = \frac{N\,|\Delta\Phi|}{R}.$$

Essa carga não depende da rapidez da variação: girando a espira devagar ou depressa, passa a mesma carga (no giro rápido, a corrente é maior, mas dura menos tempo).

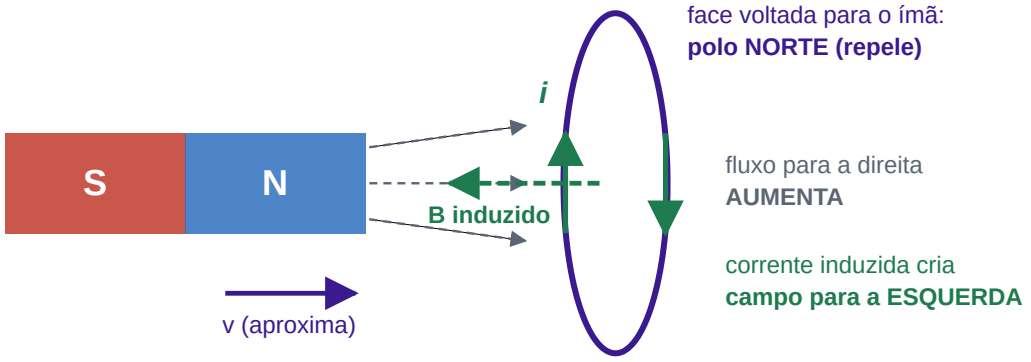
ERRO COMUM

Fluxo grande não implica corrente induzida. Um ímã forte parado dentro de uma bobina produz fluxo elevado e corrente nula. A f.e.m. depende de $\Delta\Phi/\Delta t$, e não do valor do fluxo.

1.4 Lei de Lenz: sentido da corrente induzida

LEI DE LENZ

A corrente induzida tem um sentido tal que o campo magnético que ela cria **se opõe à variação** do fluxo que a produziu. Se o fluxo aumenta, o campo induzido tem sentido contrário ao do campo externo; se o fluxo diminui, o campo induzido tem o mesmo sentido do externo e tende a manter o fluxo.



Lenz: o efeito (corrente induzida) se opõe à causa (aproximação do ímã)

Polo norte se aproximando: a face da espira voltada para o ímã se torna um polo norte e repele o ímã.

Regra prática dos polos: a face da espira voltada para o ímã se torna um polo que se opõe ao movimento relativo.

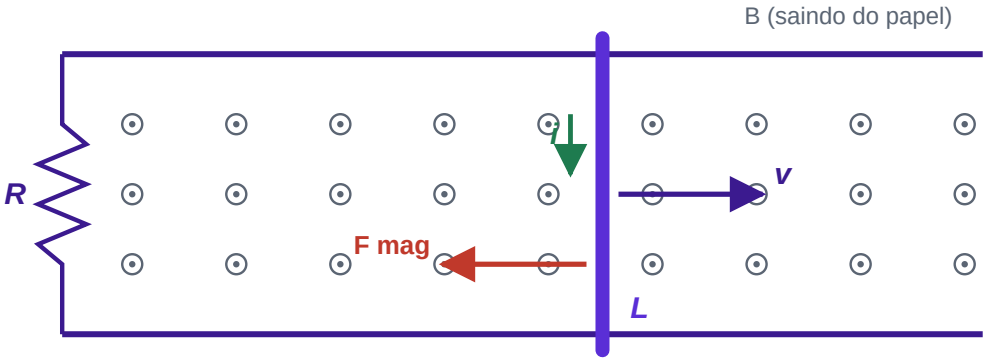
Situação	Face da espira voltada para o ímã	Efeito
Norte se aproxima	Norte	repele (freia a aproximação)
Norte se afasta	Sul	atrai (freia o afastamento)
Sul se aproxima	Sul	repele
Sul se afasta	Norte	atrai

Para determinar o sentido da corrente, use a **regra da mão direita**: com o polegar no sentido do campo induzido no centro da espira, os dedos curvados indicam o sentido da corrente. Para quem olha uma face da espira, corrente anti-horária faz dessa face um polo norte, e corrente horária, um polo sul.

> **JUSTIFICATIVA DO SINAL NEGATIVO: CONSERVAÇÃO DA ENERGIA**
>
> Se a corrente induzida favorecesse a variação do fluxo, o ímã seria atraído pela espira, ganharia velocidade, induziria uma corrente maior e seria atraído com mais intensidade. Haveria produção de energia sem trabalho externo, o que contraria a conservação da energia. Por isso a corrente induzida sempre se opõe ao movimento que a produz, e quem move o ímã precisa realizar trabalho; é esse trabalho que se converte em energia elétrica.

Ímã caindo: um ímã que cai através de uma espira (ou de um tubo de cobre ou alumínio) é freado tanto ao se aproximar quanto ao se afastar. Num tubo metálico longo, ele cai com velocidade praticamente constante e chega bem depois de um ímã igual largado num tubo de plástico. Se o tubo for cortado ao longo do comprimento, as correntes não conseguem circular e o efeito quase desaparece.

1.5 Condutor em movimento: barra sobre trilhos



ε = B·L·v i = ε/R F mag = B·i·L (sempre contra v)

Barra de comprimento L deslizando sobre trilhos, num campo uniforme saindo do papel. A força magnética na barra é sempre contrária à velocidade.

Pela variação da área: em Δt a barra anda $v\Delta t$ e a área do circuito cresce $\Delta A = L\,v\,\Delta t$. Logo

$$\varepsilon = B\,\frac{\Delta A}{\Delta t} = B\,L\,v.$$

Pela força nos elétrons: cada portador de carga q dentro da barra se move com ela e sofre a força magnética qvB, que o empurra ao longo da barra. As cargas se acumulam nas pontas até que o campo elétrico E

equilibre essa força: $qE = qvB$. A d.d.p. entre as pontas é $U = EL = BLv$, e a barra funciona como um gerador (uma pilha) de f.e.m. BLv.

BARRA EM TRILHOS (RESISTÊNCIA TOTAL R)

$$\varepsilon = BLv \qquad i = \frac{BLv}{R} \qquad F_{mag} = BiL = \frac{B^2L^2v}{R}$$

- A força magnética na barra é **contrária à velocidade** (Lenz): é uma força de frenagem que cresce com v.
- Para manter v constante, um agente aplica $F = \dfrac{B^2L^2v}{R}$.
- **Balanço de potência:** $P_{agente} = F\,v = \varepsilon\,i = R\,i^2$. Todo o trabalho do agente é convertido em calor no resistor.

Velocidade terminal: se a barra cai sob a ação do peso (trilhos verticais) ou desce um plano inclinado, ela acelera até que a força magnética equilibre a força que a acelera. Por exemplo, na vertical:

$$mg = \frac{B^2L^2v_T}{R} \;\Rightarrow\; v_T = \frac{mgR}{B^2L^2}.$$

A partir daí, toda a energia potencial perdida é dissipada no resistor: $mg\,v_T = R\,i^2$.

ERROS COMUNS

• Confundir $\varepsilon = BLv$ (f.e.m. na barra que *se move*) com $F = BiL$ (força na barra que *conduz corrente*): são fenômenos diferentes, e o primeiro dá origem ao segundo.
• Usar L como o comprimento total da barra quando só uma parte dela está entre os trilhos ou dentro do campo: L é o comprimento do trecho que se move dentro do campo, entre os trilhos.
• Esquecer que, se a velocidade é constante, a resultante é nula: a força do agente equilibra a força magnética (e o atrito, se houver).

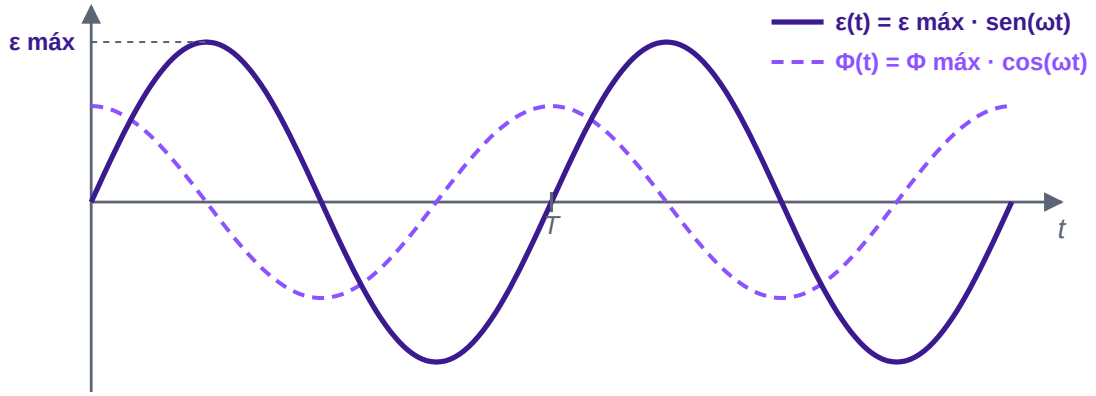
1.6 Gerador de corrente alternada

Uma espira (ou bobina de N espiras) de área A gira com velocidade angular constante ω num campo uniforme B. O ângulo entre $\vec{B}$ e a normal é $\theta = \omega t$, então

$$\Phi(t) = NBA\cos(\omega t).$$

Os lados da espira paralelos ao eixo têm velocidade $v = \omega\frac{b}{2}$, cuja componente perpendicular ao campo é $v\ \mathrm{sen}(\omega t)$; cada lado contribui com $B\,a\,v\ \mathrm{sen}(\omega t)$ e os dois se somam:

$$\varepsilon(t) = 2 \cdot B\,a\,\frac{\omega b}{2}\ \mathrm{sen}(\omega t) \cdot N = NBA\,\omega\ \mathrm{sen}(\omega t).$$



A f.e.m. é máxima quando o fluxo passa por zero (variação mais rápida)

Fluxo (tracejado) e f.e.m. (contínua) num gerador: a f.e.m. é máxima quando o plano da espira está paralelo ao campo ($\Phi = 0$).

GERADOR CA

$$\varepsilon_{máx} = N\,B\,A\,\omega \qquad \omega = 2\pi f \qquad \varepsilon_{ef} = \frac{\varepsilon_{máx}}{\sqrt{2}}$$

A tensão das tomadas no Brasil (127 V ou 220 V) é o valor eficaz; a frequência é $f = 60$ Hz. Dobrar a frequência de rotação dobra o pico e também a frequência da tensão gerada.

Nas usinas, o que gira a bobina (ou o ímã) é uma turbina movida por água (hidrelétrica), vapor (termelétrica e nuclear) ou vento (eólica). Em todos os casos, a energia mecânica é convertida em energia elétrica por indução.

1.7 Correntes de Foucault

Num bloco metálico maciço que se move num campo (ou num campo que varia), o fluxo varia através de cada caminho fechado dentro do metal, e surgem correntes em redemoinho, as **correntes de Foucault**. Pela lei de Lenz, elas freiam o movimento e dissipam energia na forma de calor.

- **Úteis:** freios magnéticos de trens e montanhas-russas (sem contato, sem desgaste), fogão de indução (a panela esquenta, o vidro não), detectores de metal, amortecimento de ponteiros de balanças.
- **Indesejadas:** aquecem núcleos de transformadores e motores. Por isso os núcleos são feitos de chapas finas isoladas entre si (núcleos laminados), que interrompem os caminhos dessas correntes.

1.8 Autoindução e indutância

A corrente numa bobina cria um campo cujo fluxo atravessa **a própria bobina**. Se a corrente varia, esse fluxo varia e surge uma f.e.m. na própria bobina: é a **autoindução**. A grandeza que mede isso é a **indutância**:

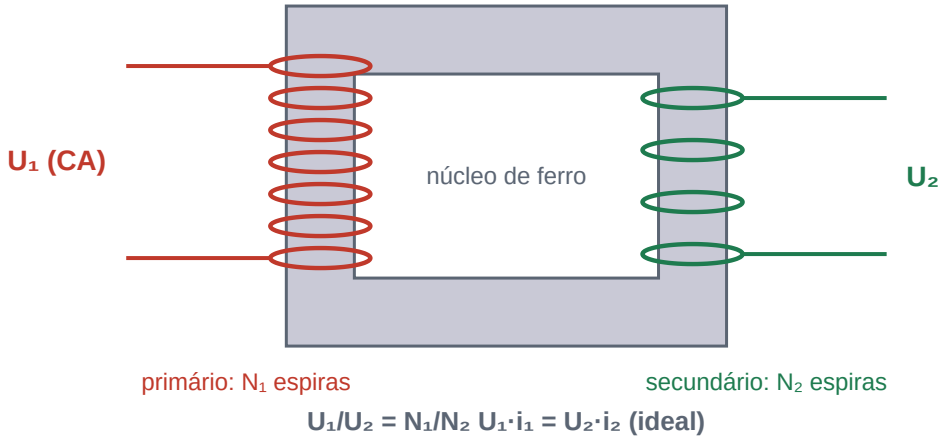
INDUTÂNCIA

$$L = \frac{N\Phi}{i} \qquad \varepsilon_L = -L\,\frac{\Delta i}{\Delta t} \qquad \text{unidade: henry (H)} = \text{Wb/A}$$

Pela lei de Lenz, a f.e.m. autoinduzida se opõe à variação da corrente: a bobina se comporta como uma espécie de inércia elétrica, que dificulta tanto o aumento quanto a queda da corrente. A energia armazenada no campo é $E = \frac{1}{2}Li^2$.

Por isso, ao desligar um circuito que contém uma bobina (motor, relé), aparece uma faísca no interruptor: a corrente cai muito depressa, $\Delta i/\Delta t$ é muito grande e a f.e.m. induzida também.

1.9 Transformador



Transformador: duas bobinas enroladas no mesmo núcleo de ferro, que conduz o fluxo de uma para a outra.

A corrente **alternada** no primário cria no núcleo um fluxo que varia; esse mesmo fluxo atravessa cada espira das duas bobinas. Como a f.e.m. por espira é a mesma nas duas, a tensão é proporcional ao número de espiras:

TRANSFORMADOR IDEAL

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \qquad P_1 = P_2 \Rightarrow U_1 i_1 = U_2 i_2 \Rightarrow \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Elevador ($N_2 > N_1$): aumenta a tensão e diminui a corrente. **Abaixador** ($N_2 < N_1$): o contrário. A potência (idealmente) não muda.

ERRO COMUM

Transformador **não funciona com corrente contínua**. Com uma bateria no primário, o fluxo é constante e a tensão no secundário é zero (só aparece um pulso ao ligar ou desligar). Também não produz energia: se a tensão aumenta, a corrente diminui na mesma proporção.

Transmissão em alta tensão: uma usina entrega a potência $P = U\,i$. Na linha de resistência r, a perda é $P_{perda} = r\,i^2 = r\left(\frac{P}{U}\right)^2$. Multiplicar a tensão por 10 divide a corrente por 10 e a perda por 100. Por isso a tensão é elevada a centenas de kV logo após a usina e rebaixada nas subestações e nos transformadores dos postes antes de chegar às residências.

1.10 Quadro-resumo

Assunto	Fórmula / regra
Fluxo magnético	$\Phi = BA\cos\theta$ (θ com a normal), em Wb
Lei de Faraday	$\varepsilon = -N\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$; $i = \dfrac{\lvert\varepsilon\rvert}{R}$; $q = \dfrac{N\lvert\Delta\Phi\rvert}{R}$
Lei de Lenz	a corrente induzida se opõe à **variação** do fluxo (freia o movimento)
Barra em trilhos	$\varepsilon = BLv$; $F = \dfrac{B^2L^2v}{R}$; $P = Fv = \varepsilon i = Ri^2$
Velocidade terminal (vertical)	$v_T = \dfrac{mgR}{B^2L^2}$
Gerador CA	$\varepsilon = NBA\omega\ \mathrm{sen}(\omega t)$; $\varepsilon_{ef} = \varepsilon_{máx}/\sqrt{2}$
Indutância	$L = \dfrac{N\Phi}{i}$; $\varepsilon_L = -L\dfrac{\Delta i}{\Delta t}$; $E = \frac{1}{2}Li^2$
Transformador ideal	$\dfrac{U_1}{U_2} = \dfrac{N_1}{N_2} = \dfrac{i_2}{i_1}$; só com corrente alternada
Perda na linha	$P_{perda} = r\left(\dfrac{P}{U}\right)^2$

2. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Exercício resolvido 1. Uma espira quadrada de 20 cm de lado está num campo uniforme de $0{,}5$ T. Calcule o fluxo quando o ângulo entre o campo e a **normal** da espira é (a) $0°$; (b) $60°$; (c) $90°$.

Resolução:

1. **Área em m²:** $A = 0{,}20^2 = 0{,}04$ m². Então $BA = 0{,}5 \cdot 0{,}04 = 0{,}02$ Wb.
2. **(a)** $\cos 0° = 1$: $\Phi = 0{,}02$ Wb (máximo, campo perpendicular ao plano).
3. **(b)** $\cos 60° = \frac{1}{2}$: $\Phi = 0{,}01$ Wb.
4. **(c)** $\cos 90° = 0$: $\Phi = 0$ (campo paralelo ao plano da espira).

Resposta: (a) 2×10^{-2} Wb; (b) 1×10^{-2} Wb; (c) zero

Exercício resolvido 2. Uma bobina de 200 espiras, cada uma com área de 50 cm², está num campo perpendicular ao seu plano que sobe uniformemente de $0{,}2$ T para $0{,}8$ T em $0{,}3$ s. A resistência da bobina é $4\ \Omega$. Calcule a f.e.m. e a corrente induzidas.

Resolução:

1. **Área:** $50\ \mathrm{cm}^2 = 50 \times 10^{-4} = 5 \times 10^{-3}$ m².
2. **Variação do fluxo por espira:** $\Delta\Phi = A\,\Delta B = 5 \times 10^{-3} \cdot 0{,}6 = 3 \times 10^{-3}$ Wb.

3. **Faraday:** $|\varepsilon| = N\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 200 \cdot \dfrac{3 \times 10^{-3}}{0{,}3} = 2$ V.

4. **Ohm:** $i = \dfrac{2}{4} = 0{,}5$ A.

Resposta: $\varepsilon = 2$ V e $i = 0{,}5$ A

Exercício resolvido 3. Uma espira circular está num plano vertical e um ímã, com o polo norte voltado para ela, se aproxima pela esquerda, ao longo do eixo da espira (veja a figura do item 1.4). (a) Qual é o sentido da corrente induzida, para um observador ao lado do ímã? (b) A espira atrai ou repele o ímã? (c) E se o ímã, depois de atravessar, se afastar pela direita, com o polo sul por último?

Resolução:

1. **Fluxo:** as linhas saem do polo norte; na espira o campo do ímã aponta para a direita (afastando-se do observador) e fica cada vez mais intenso: o fluxo para a direita **aumenta**.
2. **Lenz:** o campo induzido deve apontar para a **esquerda**, isto é, para o observador. Visto pelo observador, um campo que sai da espira em sua direção é produzido por corrente **anti-horária** (mão direita: polegar para o observador).
3. **Polos:** corrente anti-horária vista de um lado faz desse lado um polo **norte**. Como polos de mesmo nome se repelem, a espira **repele** o ímã e freia a aproximação.
4. **(c)** Do outro lado, o polo sul é o último a sair e se afasta: a face da espira voltada para ele se torna um polo **norte**, que **atrai** o sul e freia o afastamento. Em ambos os casos a espira se opõe ao movimento.

Resposta: (a) anti-horário; (b) repele; (c) atrai (a espira sempre freia o ímã)

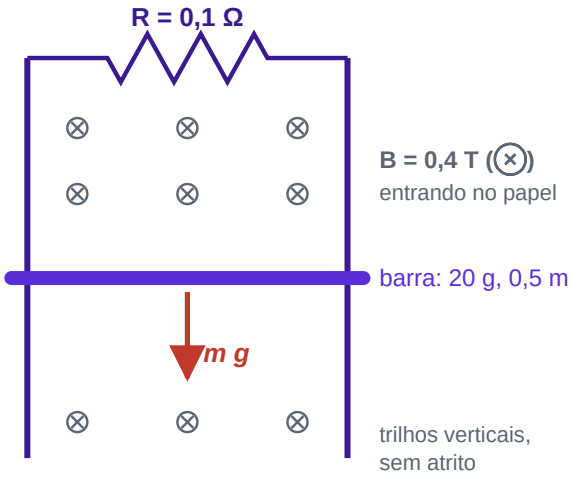
Exercício resolvido 4. Na figura do item 1.5, $B = 0{,}5$ T, $L = 0{,}4$ m, $R = 2\ \Omega$ e a barra é puxada com velocidade constante de 5 m/s. Calcule (a) a f.e.m.; (b) a corrente; (c) a força que o agente aplica; (d) a potência do agente e a potência dissipada no resistor.

Resolução:

1. **(a)** $\varepsilon = BLv = 0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 5 = 1$ V.
2. **(b)** $i = \dfrac{\varepsilon}{R} = 0{,}5$ A.
3. **(c)** Força magnética na barra: $F_m = BiL = 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}1$ N, contra o movimento. Com velocidade constante, a resultante é nula: o agente aplica $0{,}1$ N no sentido de $\vec{v}$.
4. **(d)** $P_{agente} = Fv = 0{,}1 \cdot 5 = 0{,}5$ W e $P_R = Ri^2 = 2 \cdot 0{,}25 = 0{,}5$ W. As duas são iguais: o trabalho do agente é convertido em calor no resistor.

Resposta: (a) 1 V; (b) 0,5 A; (c) 0,1 N; (d) 0,5 W nas duas

Exercício resolvido 5. Uma barra de massa 20 g e comprimento $0{,}5$ m desliza sem atrito, sempre na horizontal, ao longo de dois trilhos **verticais** ligados por um resistor de $0{,}1\ \Omega$. Há um campo horizontal de $0{,}4$ T perpendicular ao plano dos trilhos. Largada do repouso, qual é a velocidade terminal da barra? Use $g = 10$ m/s².



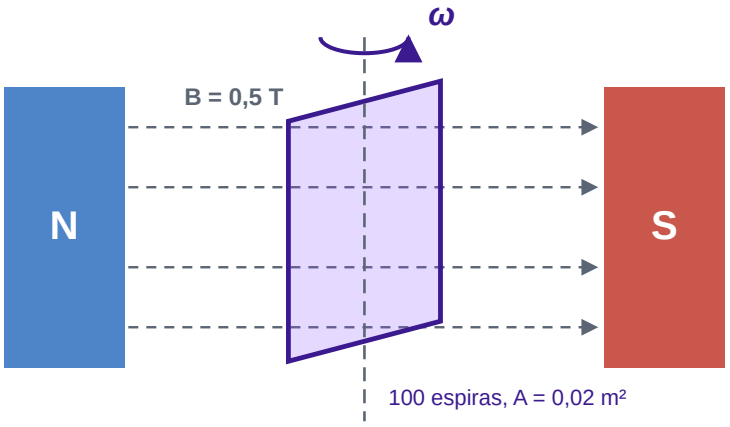
Trilhos verticais ligados pelo resistor; a barra cai apoiada neles.

Resolução:

1. **Análise do movimento:** quando a barra começa a cair, surgem a f.e.m. $\varepsilon = BLv$, a corrente e a força magnética para cima, $\dfrac{B^2L^2v}{R}$, que cresce com v. A aceleração diminui até zerar.
2. **Velocidade terminal (resultante nula):** $mg = \dfrac{B^2L^2v_T}{R} \Rightarrow v_T = \dfrac{mgR}{B^2L^2}$.
3. **Números:** $v_T = \dfrac{0{,}02 \cdot 10 \cdot 0{,}1}{0{,}16 \cdot 0{,}25} = \dfrac{0{,}02}{0{,}04} = 0{,}5$ m/s.
4. **Conferência pela energia:** $\varepsilon = 0{,}4 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}1$ V, $i = 1$ A, $Ri^2 = 0{,}1$ W, igual a $mg\,v_T = 0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}1$ W.

Resposta: $v_T = 0{,}5$ m/s

Exercício resolvido 6. Um gerador tem uma bobina de 100 espiras de área $0{,}02$ m² que gira a 60 rotações por segundo num campo de $0{,}5$ T. Determine (a) a f.e.m. máxima; (b) o valor eficaz; (c) a expressão de $\varepsilon(t)$.



eixo de rotação perpendicular ao campo; 60 rotações por segundo

Bobina girando entre os polos de um ímã.

Resolução:

1. **Velocidade angular:** $\omega = 2\pi f = 120\pi \approx 377$ rad/s.

2. **(a)** $\varepsilon_{máx} = NBA\omega = 100 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}02 \cdot 120\pi = 120\pi \approx 377$ V.
3. **(b)** $\varepsilon_{ef} = \dfrac{377}{\sqrt{2}} \approx 267$ V.
4. **(c)** Tomando $t = 0$ com a espira perpendicular ao campo: $\varepsilon(t) = 120\pi\ \text{sen}(120\pi t)$ (em volts).

Resposta: (a) ≈ 377 V; (b) ≈ 267 V; (c) $\varepsilon = 120\pi\ \text{sen}(120\pi t)$

Exercício resolvido 7. Um transformador ideal reduz a tensão de 120 V para 12 V. O primário tem 1 000 espiras e o secundário alimenta um aparelho que consome 2 A. (a) Quantas espiras tem o secundário? (b) Qual é a corrente no primário? (c) Qual é a potência transferida?

Resolução:

1. **(a)** $\dfrac{N_2}{N_1} = \dfrac{U_2}{U_1} = \dfrac{12}{120} \Rightarrow N_2 = 100$ espiras.
2. **(b)** Potência conservada: $U_1 i_1 = U_2 i_2 \Rightarrow 120\, i_1 = 12 \cdot 2 \Rightarrow i_1 = 0{,}2$ A.
3. **(c)** $P = U_2 i_2 = 24$ W (igual a $120 \cdot 0{,}2$).

Resposta: (a) 100 espiras; (b) 0,2 A; (c) 24 W

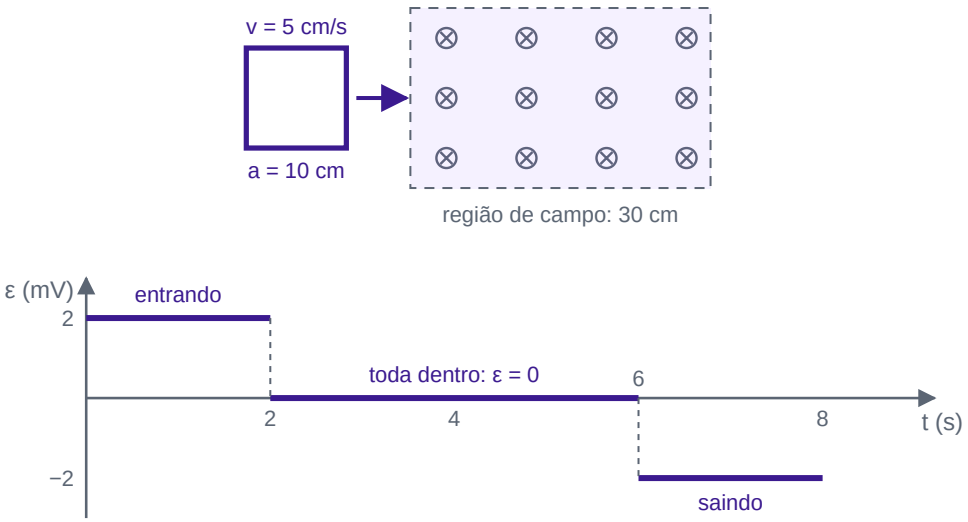
Exercício resolvido 8. Uma usina envia 100 kW por uma linha de resistência total $5\ \Omega$. Compare a potência perdida na linha quando a transmissão é feita em 1 kV e em 10 kV.

Resolução:

1. **Corrente na linha:** $i = P/U$. Em 1 kV: $i = 100$ A. Em 10 kV: $i = 10$ A.
2. **Perdas:** em 1 kV, $5 \cdot 100^2 = 5 \times 10^4$ W $= 50$ kW (metade da potência enviada). Em 10 kV, $5 \cdot 10^2 = 500$ W $(0{,}5\%)$.
3. **Conclusão:** tensão 10 vezes maior, perda $10^2 = 100$ vezes menor. Por isso as linhas operam em alta tensão, e os transformadores elevam a tensão na saída da usina e a rebaixam perto do consumo.

Resposta: 50 kW em 1 kV contra 0,5 kW em 10 kV (100 vezes menos)

Exercício resolvido 9. Uma espira quadrada de lado 10 cm e resistência $0{,}5\ \Omega$ atravessa, com velocidade constante de 5 cm/s, uma região de largura 30 cm onde há campo uniforme de $0{,}4$ T, perpendicular ao plano da espira. Esboce o gráfico da f.e.m. induzida em função do tempo, desde o instante em que a espira começa a entrar, e calcule a corrente em cada fase.



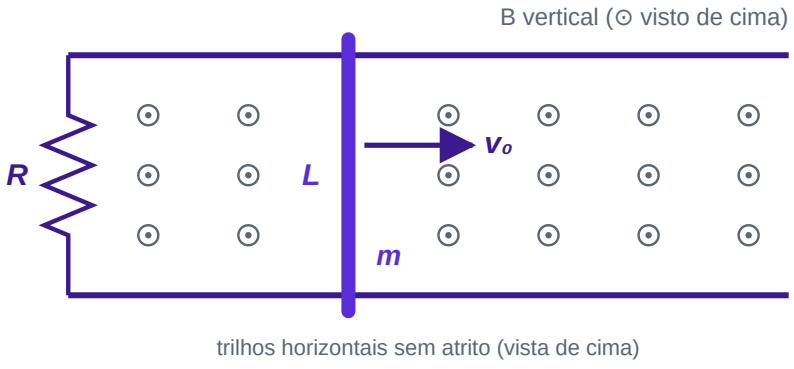
Esquema da travessia e gráfico da f.e.m. induzida.

Resolução:

1. **Entrando (0 a 2 s):** a área dentro do campo cresce; só o lado da frente corta as linhas. $\varepsilon = Bav = 0{,}4 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}05 = 2 \times 10^{-3}$ V. Tempo para entrar: $10/5 = 2$ s.
2. **Totalmente dentro (2 a 6 s):** a espira inteira está no campo uniforme; o fluxo é constante e $\varepsilon = 0$. A espira leva $(30 - 10)/5 = 4$ s até a frente chegar à borda direita.
3. **Saindo (6 a 8 s):** a área dentro diminui no mesmo ritmo: $|\varepsilon| = 2$ mV, com sinal oposto (pela lei de Lenz a corrente inverte).
4. **Corrente:** $i = \dfrac{2 \times 10^{-3}}{0{,}5} = 4$ mA entrando e saindo (sentidos opostos), zero no meio.

Resposta: $+2$ mV (0–2 s), 0 (2–6 s), -2 mV (6–8 s); $|i| = 4$ mA nas fases de entrada e saída

Exercício resolvido 10 [nível ITA/IME]. Uma barra de massa m é lançada com velocidade v_0 sobre trilhos horizontais sem atrito, separados por L e ligados por um resistor R, num campo vertical uniforme B. (a) Mostre que a velocidade cai linearmente com a distância percorrida. (b) Qual distância a barra percorre até parar? (c) Qual carga passa pelo resistor? (d) Quanto calor é gerado? Aplique para $m = 0{,}1$ kg, $v_0 = 4$ m/s, $B = 0{,}5$ T, $L = 0{,}4$ m e $R = 0{,}2\ \Omega$.



trilhos horizontais sem atrito (vista de cima)

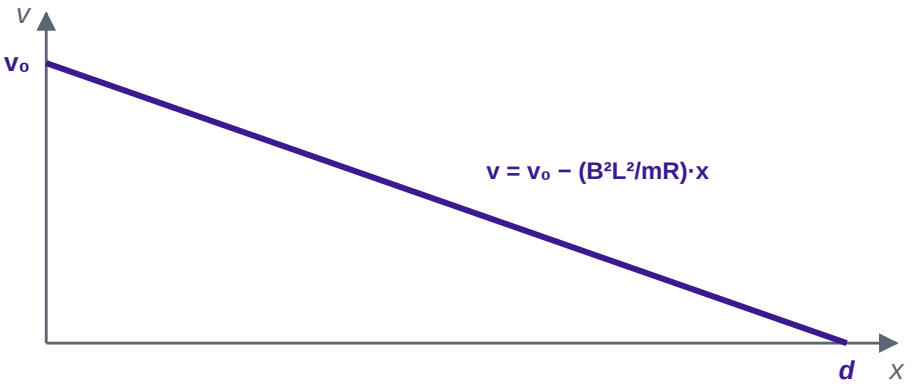
Barra lançada sobre os trilhos (vista de cima).

Resolução:

1 **Impulso num intervalo curto:** a única força horizontal é a magnética, $F = \dfrac{B^2L^2v}{R}$, contra o movimento. Num intervalo Δt: $m\,\Delta v = -\dfrac{B^2L^2}{R}\,v\,\Delta t$. Mas $v\,\Delta t = \Delta x$ (distância percorrida):

$$m\,\Delta v = -\frac{B^2L^2}{R}\,\Delta x.$$

2 **(a)** A cada metro percorrido, a velocidade diminui sempre do mesmo valor: $v = v_0 - \dfrac{B^2L^2}{mR}\,x$, uma reta em função de x.



A velocidade cai linearmente com a DISTÂNCIA (não com o tempo)

3 **(b)** $v = 0$: $d = \dfrac{m\,v_0\,R}{B^2L^2} = \dfrac{0{,}1 \cdot 4 \cdot 0{,}2}{0{,}25 \cdot 0{,}16} = \dfrac{0{,}08}{0{,}04} = 2$ m.

4 **(c)** $q = \dfrac{|\Delta\Phi|}{R} = \dfrac{BLd}{R} = \dfrac{0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 2}{0{,}2} = 2$ C. (O mesmo valor sai de $q = \dfrac{mv_0}{BL}$, pois o impulso total da força magnética, BLq, anula a quantidade de movimento inicial.)

5 **(d)** Toda a energia cinética é dissipada no resistor: $Q = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot 16 = 0{,}8$ J.

Resposta: (a) $v = v_0 - \frac{B^2L^2}{mR}x$; (b) 2 m; (c) 2 C; (d) 0,8 J

3. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Quando necessário, use $g = 10$ m/s².

Nível 1 básico

01 No Sistema Internacional, a unidade de fluxo magnético é:

(A) tesla (T)
(B) weber (Wb)
(C) volt (V)
(D) ampère por metro (A/m)
(E) henry (H)

02 Uma espira de área $0{,}03$ m² está num campo uniforme de $0{,}2$ T, perpendicular ao seu plano. (a) Qual é o fluxo? (b) E depois que ela gira $90°$, ficando paralela ao campo?

03 Um ímã está em repouso dentro de uma bobina ligada a um amperímetro. Pode-se afirmar que:

(A) há uma corrente constante na bobina.
(B) há uma corrente alternada na bobina.
(C) não há corrente induzida na bobina.
(D) só há corrente se o ímã for muito forte.
(E) a corrente depende apenas do número de espiras.

04 Numa bobina de 50 espiras o fluxo em cada espira varia uniformemente de $0{,}02$ Wb para $0{,}08$ Wb em $0{,}2$ s. Qual é a f.e.m. induzida?

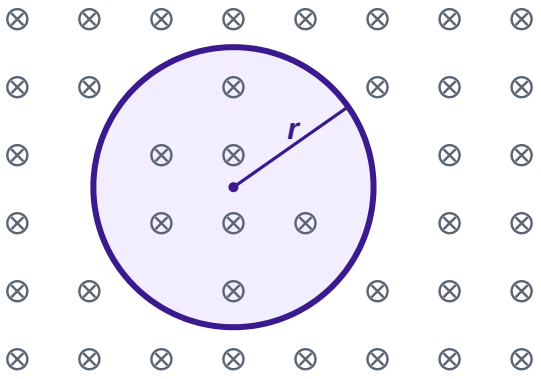
05 Uma barra de $0{,}5$ m se move a 4 m/s, perpendicularmente a um campo de $0{,}3$ T, sobre trilhos condutores. Qual é a f.e.m. induzida entre suas pontas?

06 Um transformador ideal tem 200 espiras no primário e 1 000 no secundário. Ligado a uma fonte de 24 V de tensão **alternada**, a tensão no secundário é:

(A) $4{,}8$ V
(B) 24 V
(C) 60 V
(D) 120 V
(E) 240 V

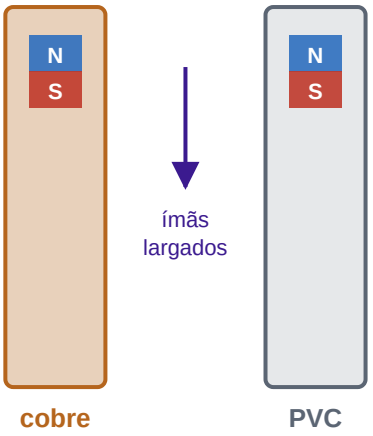
Nível 2 intermediário

07 Uma espira circular de raio 10 cm e resistência $0{,}1\ \Omega$ está num campo uniforme perpendicular ao seu plano, entrando no papel, cujo módulo vale $B = 0{,}5 + 0{,}2\,t$ (SI). Determine a intensidade e o sentido (horário ou anti-horário, para quem olha o papel) da corrente induzida. Use $\pi = 3{,}14$.



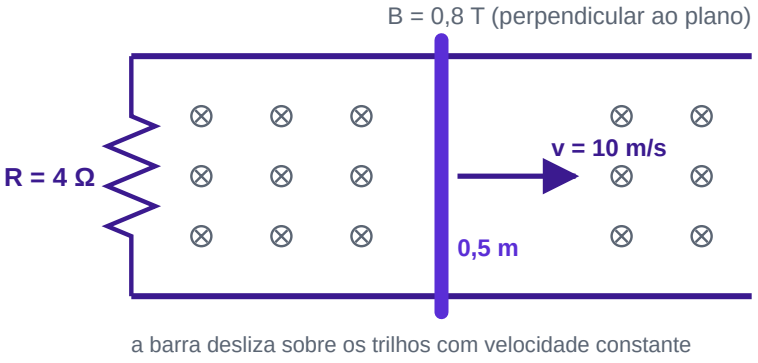
B = 0,5 + 0,2t (SI), entrando no papel; r = 10 cm

08 Um ímã largado dentro de um tubo vertical de cobre demora muito mais para chegar ao chão do que o mesmo ímã largado num tubo de PVC de mesmas dimensões. Isso acontece porque:



(A) o cobre atrai o ímã como se fosse ferro.
(B) surgem no cobre correntes induzidas cujo campo se opõe ao movimento do ímã.
(C) o atrito entre o ímã e o cobre é maior.
(D) o cobre é um material ferromagnético.
(E) a resistência do ar é maior dentro do tubo de cobre.

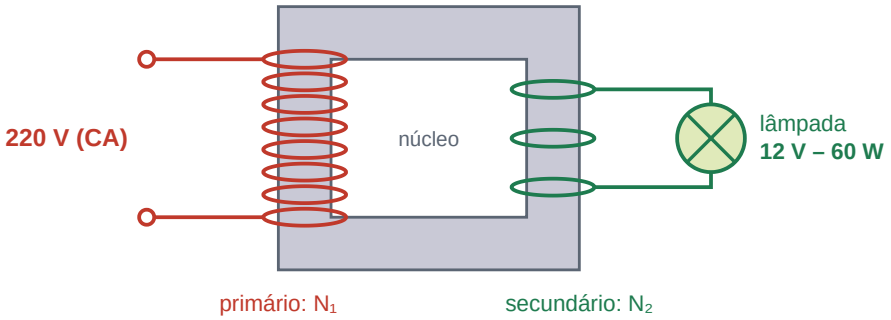
09 Uma barra é puxada com velocidade constante de 10 m/s sobre trilhos separados por $0{,}5$ m, ligados por um resistor de $4\ \Omega$, num campo de $0{,}8$ T perpendicular ao plano dos trilhos. Calcule (a) a f.e.m.; (b) a corrente; (c) a força aplicada pelo agente; (d) a potência do agente.



10 Num gerador, a bobina gira com frequência f e a f.e.m. máxima vale E. Se a frequência e o número de espiras forem dobrados, a nova f.e.m. máxima será:

(A) $E/2$
(B) E
(C) $2E$
(D) $4E$
(E) $8E$

11 Um transformador ideal é ligado em 220 V e alimenta uma lâmpada de 12 V – 60 W, que funciona normalmente. Calcule (a) a razão N_1/N_2; (b) a corrente na lâmpada; (c) a corrente no primário.

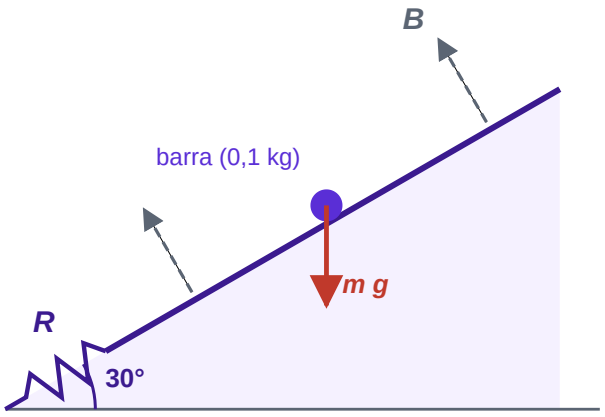


12 Uma espira quadrada de 20 cm de lado e resistência $0{,}5\ \Omega$ está inicialmente perpendicular a um campo de $0{,}5$ T e gira até ficar paralela a ele em $0{,}1$ s. Calcule a f.e.m. média, a corrente média e a carga que passa pela espira.

Nível 3 avançado

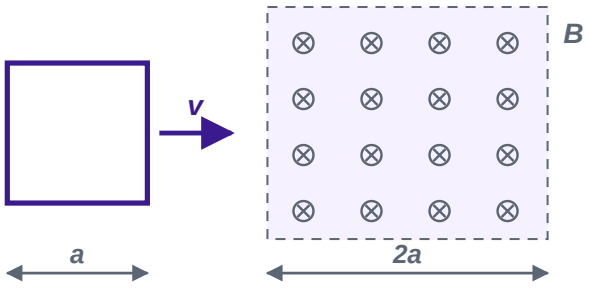
13 Uma barra de 50 g e $0{,}25$ m de comprimento cai sem atrito, na horizontal, apoiada em dois trilhos verticais ligados por um resistor de $0{,}2\ \Omega$, num campo horizontal de $0{,}5$ T perpendicular ao plano dos trilhos. (a) Qual é a velocidade terminal? (b) Qual é a potência dissipada no resistor nessa situação?

14 Dois trilhos paralelos, separados por $0{,}5$ m, formam um plano inclinado de $30°$ com a horizontal e são ligados embaixo por um resistor de $0{,}5\ \Omega$. Um campo de 1 T é perpendicular ao plano dos trilhos. Uma barra de $0{,}1$ kg desce sem atrito. Qual é a sua velocidade limite?



vista lateral: os dois trilhos (0,5 m entre eles) ficam um atrás do outro

15 Uma espira quadrada de lado a atravessa, com velocidade constante, uma região de campo uniforme de largura $2a$, perpendicular ao plano da espira. A corrente induzida:



(A) é constante durante toda a travessia.

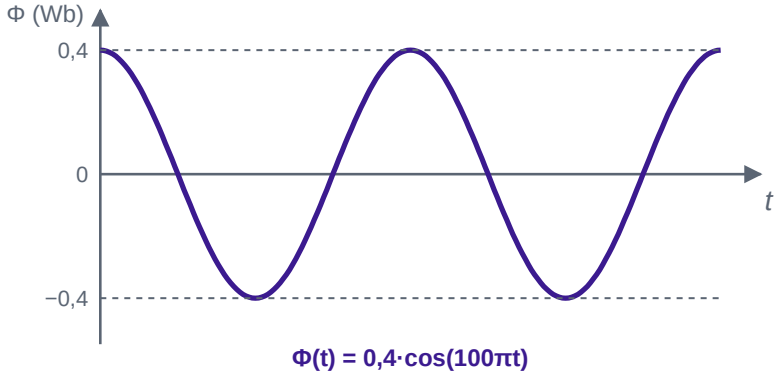
(B) tem um sentido ao entrar, é nula enquanto a espira está inteiramente no campo e tem sentido oposto ao sair.

(C) é nula ao entrar e ao sair, e máxima enquanto a espira está inteiramente no campo.

(D) varia senoidalmente durante toda a travessia.

(E) tem o mesmo sentido ao entrar e ao sair.

16 O fluxo numa espira varia segundo $\Phi(t) = 0{,}4\cos(100\pi t)$ (SI). Determine (a) a frequência; (b) a f.e.m. máxima; (c) a f.e.m. eficaz.



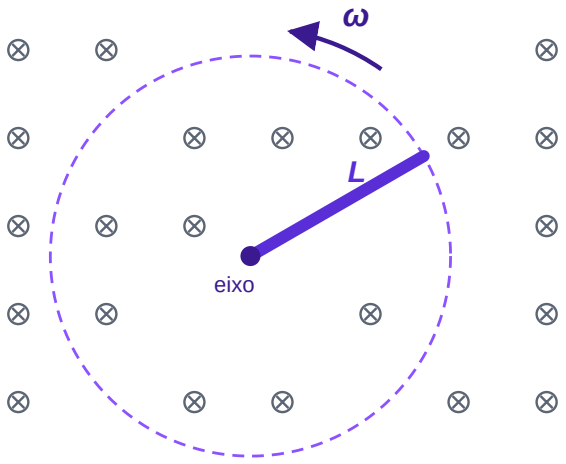
17 Uma usina deve transmitir 1 MW por uma linha de resistência total $2\ \Omega$. Calcule a potência perdida na linha com a transmissão em 10 kV e em 100 kV, e a fração da potência perdida em cada caso.

Nível ITA/IME olímpico

18 Uma barra de massa m é lançada com velocidade v_0 sobre trilhos horizontais sem atrito, separados por L, ligados por um resistor R, num campo vertical B. Seja d a distância total que ela percorre até parar. (a) Qual é a velocidade da barra quando ela percorreu $d/2$? (b) Que fração da energia cinética inicial já foi dissipada nesse ponto?

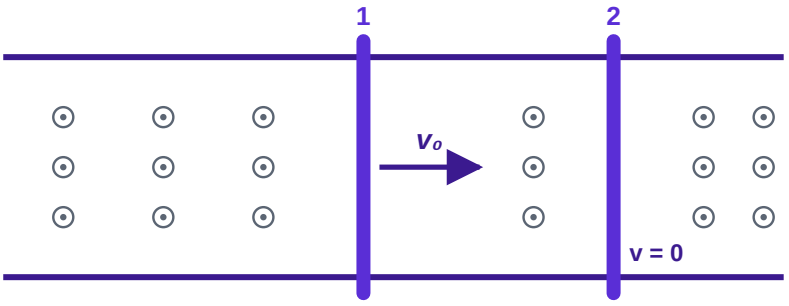
19 Uma espira circular de raio r e resistência R está num campo uniforme perpendicular ao seu plano, $B(t) = B_0\,\mathrm{sen}(\omega t)$. Determine a f.e.m. máxima e a potência média dissipada na espira. (Lembre que o valor médio de $\cos^2$ num período é $\tfrac{1}{2}$.)

20 Uma haste metálica de comprimento $L = 0{,}5$ m gira com velocidade angular $\omega = 40$ rad/s em torno de uma de suas extremidades, num plano perpendicular a um campo uniforme $B = 0{,}2$ T. Calcule a f.e.m. entre as extremidades da haste. (Sugestão: pense na área varrida por unidade de tempo.)



B = 0,2 T perpendicular ao plano de rotação

21 Duas barras idênticas, de massa m cada, estão sobre trilhos horizontais longos e sem atrito, num campo vertical uniforme; o circuito é fechado apenas pelas próprias barras e pelos trilhos. A barra 1 é lançada com velocidade v_0 e a barra 2 está parada. (a) Qual é a velocidade final das barras? (b) Quanto calor foi gerado no processo?



trilhos horizontais longos, sem atrito; B vertical (vista de cima)

4. QUESTÕES OFICIAIS DE VESTIBULARES E CONCURSOS

Questões oficiais de provas anteriores da EFOMM, da Escola Naval, da EsPCEx e da AFA, selecionadas do banco de questões da Trilha Militares.

22 [EFOMM 2016]

Uma espira condutora retangular rígida move-se, com velocidade vetorial $\vec{v}$ constante, totalmente imersa numa região na qual existe um campo de indução magnética $\vec{B}$, uniforme, constante no tempo, e perpendicular ao plano que contém tanto a espira como seu vetor velocidade. Observa-se que a corrente induzida na espira é nula. Podemos afirmar que tal fenômeno ocorre em razão de o

(A) fluxo de $\vec{B}$ ser nulo através da espira.
(B) vetor $\vec{B}$ ser uniforme e constante no tempo.
(C) vetor $\vec{B}$ ser perpendicular ao plano da espira.
(D) vetor $\vec{B}$ ser perpendicular a $\vec{v}$.
(E) vetor $\vec{v}$ ser constante.

23 [Escola Naval 2019]

Cada uma das figuras acima mostra uma bobina de 200 espiras e um ímã cujos polos estão alinhados com o eixo central da bobina. Sendo assim, assinale a opção correta.

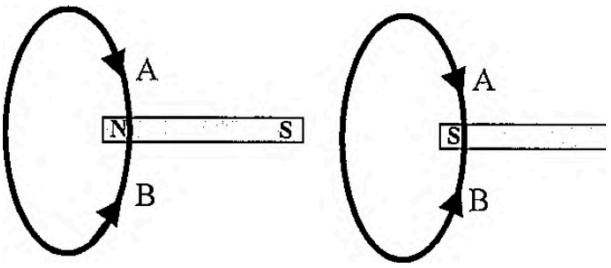


FIGURA 1 *FIGURA 2*

(A) Se na figura 1 o ímã se aproximar da bobina, surgirá uma corrente elétrica induzida na bobina e terá o sentido B.

(B) Se na figura 2 o ímã se afastar da bobina, surgirá uma corrente elétrica induzida na bobina e terá o sentido B.

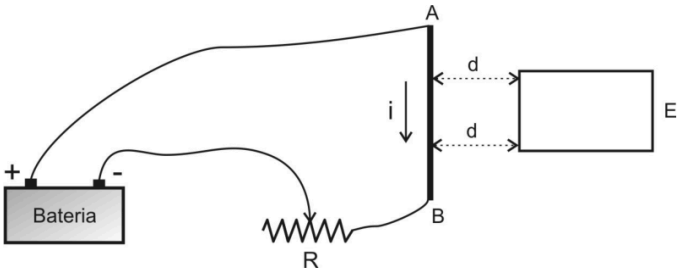
(C) Se na figura 1 o ímã se aproximar ou se afastar da bobina, surgirá uma corrente elétrica na bobina e terá o sentido B.

(D) Se na figura 2 a bobina se aproximar do ímã, surgirá uma corrente elétrica induzida na bobina e terá o sentido de B.

(E) O movimento do ímã não pode induzir corrente elétrica na bobina. Só surgirá corrente elétrica na bobina se ela estiver ligada a uma fonte de energia elétrica.

24 [AFA 2019]

Uma espira condutora E está em repouso próxima a um fio retilíneo longo AB de um circuito elétrico constituído de uma bateria e de um reostato R, onde flui uma corrente i, conforme ilustrado na figura abaixo.



Considerando exclusivamente os efeitos eletromagnéticos, pode-se afirmar que a espira será

(A) repelida pelo fio AB se a resistência elétrica do reostato aumentar.

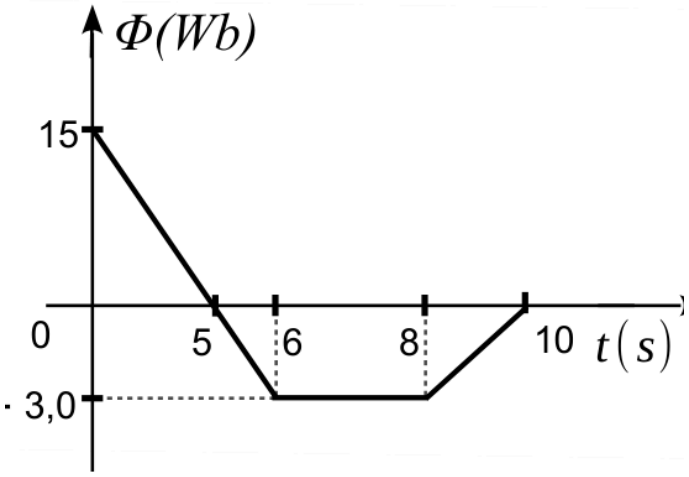
(B) atraída pelo fio AB se a resistência elétrica do reostato aumentar.

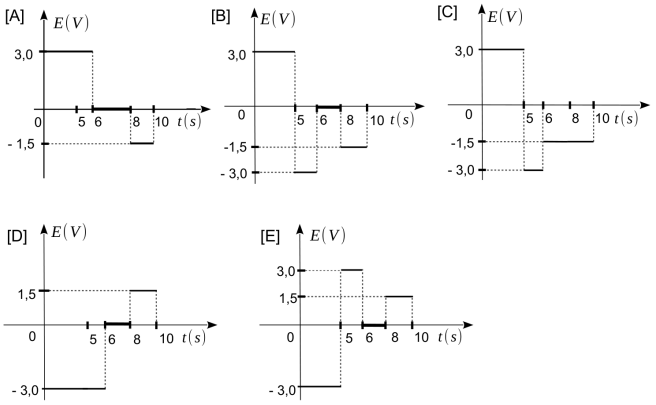
(C) sempre atraída pelo fio AB independentemente de a resistência elétrica do reostato aumentar ou diminuir.

(D) deslocada paralelamente ao fio AB independentemente de a resistência elétrica do reostato aumentar ou diminuir.

25 [EsPCEx 2022]

Uma espira de cobre está totalmente imersa em um campo magnético variável. O gráfico abaixo representa o fluxo magnético Φ na espira ao longo do tempo t. Podemos então afirmar que o gráfico que representa a força eletromotriz induzida E, na espira, ao longo do tempo t, é representado por:

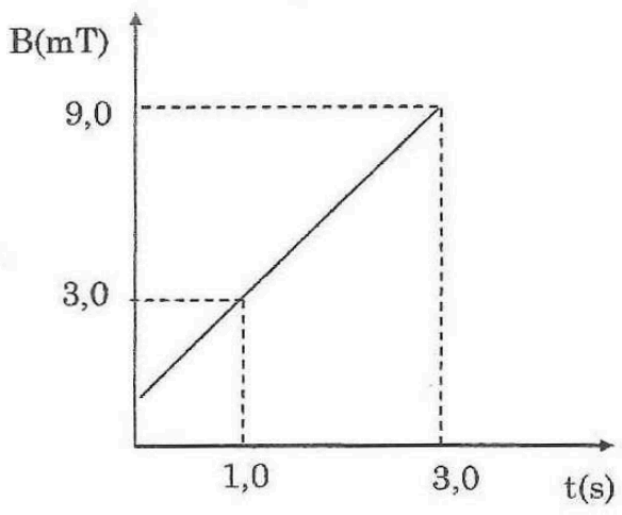




(A) Gráfico [A]
(B) Gráfico [B]
(C) Gráfico [C]
(D) Gráfico [D]
(E) Gráfico [E]

26 [EFOMM 2022]

Considere uma região do espaço em que a intensidade do campo magnético, apontando para cima, esteja variando em função do tempo como mostrado no gráfico abaixo. Uma espira quadrada condutora de lado $20{,}0\,\text{cm}$ e resistência $R = 10{,}0\,\text{m}\Omega$ é mergulhada nessa região de tal forma que as linhas de campo sejam perpendiculares ao seu plano. Quando a espira é vista por cima, o módulo e o sentido da corrente nela induzida são

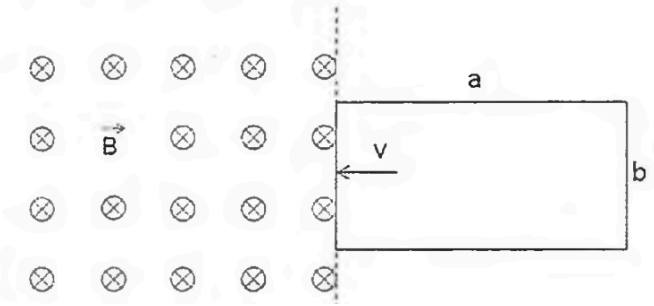


(A) $12{,}0\,\text{A}$, no sentido horário.

(B) $12{,}0\,\mathrm{A}$, no sentido anti-horário.
(C) $12{,}0\,\mathrm{mA}$, no sentido horário.
(D) $12{,}0\,\mathrm{mA}$, no sentido anti-horário.
(E) $3{,}0\,\mathrm{mA}$, no sentido anti-horário.

27 [Escola Naval 2018]

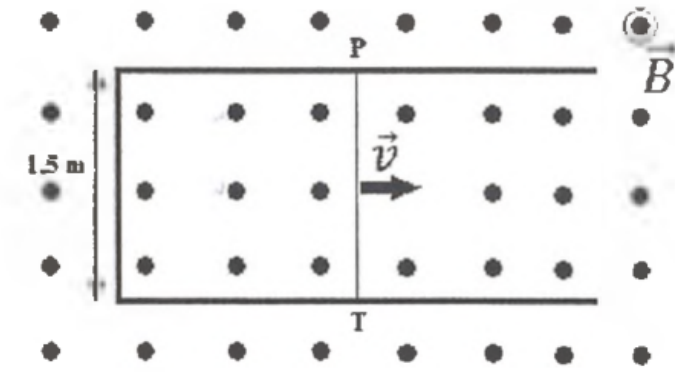
A figura acima mostra uma espira retangular, de lados a = 40 cm e b = 20 cm, no instante t = 0. Considere que a espira se move com velocidade v = 5,0 cm/s, para a esquerda, perpendicularmente a um campo magnético uniforme de indução, B = 2,0 T. Sabendo que a espira tem uma resistência de 20 Ω, qual é a intensidade, em ampère, da corrente elétrica na espira em t = 3,0 s?



(A) $1{,}0 \cdot 10^{-3}$
(B) $2{,}0 \cdot 10^{-3}$
(C) $3{,}0 \cdot 10^{-3}$
(D) $1{,}0 \cdot 10^{-2}$
(E) $2{,}0 \cdot 10^{-2}$

28 [EFOMM 2019]

Um condutor retilíneo PT, de resistência R = 20,0 Ω, está em contato com um condutor de resistência desprezível e dobrado em forma de U, como indica a figura. O conjunto está imerso em um campo de indução magnética $\vec{B}$, uniforme, de intensidade 15,0 T, de modo que $\vec{B}$ é ortogonal ao plano do circuito. Seu Demi, um operador, puxa o condutor PT, de modo que este se move com velocidade constante $\vec{v}$, como indica a figura, sendo $v = 4{,}0$ m/s. Determine a força eletromotriz induzida no circuito e o valor da força aplicada por seu Demi ao condutor PT.



(A) 45 V e 80,45 N
(B) 65 V e 90,10 N
(C) 80 V e 100,65 N
(D) 90 V e 101,25 N
(E) 100,85 V e 110,95 N

29 [EFOMM 2026]

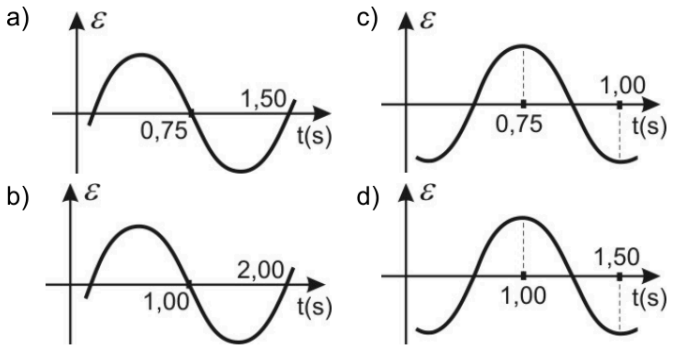
Uma espira condutora circular está inserida em um campo magnético uniforme que varia linearmente com o tempo, dado por $\vec{B}(t) = (B_0 + \alpha^2 t)\,\hat{k}$, em que $B_0 < 0$ e α são constantes, e $\hat{k}$ é o vetor unitário na direção do eixo z. A espira está contida no plano $z = 0$. Com base nessas informações, assinale a alternativa correta.

(A) Há um momento em que a corrente induzida na espira é nula.
(B) A f.e.m. induzida na espira é constante.
(C) Um observador em um ponto de coordenada z positiva vê uma corrente induzida percorrer a espira no sentido anti-horário.
(D) A f.e.m. induzida depende apenas de α, e não do raio da espira.
(E) Se a constante α for multiplicada por 2, a f.e.m. induzida será dobrada.

30 [AFA 2018]

Os carregadores de bateria sem fio de smartphones, também conhecidos como carregadores wireless, são dispositivos compostos de bobina e ligados à rede elétrica, que carregam as baterias dos aparelhos apenas pela proximidade, através do fenômeno de indução eletromagnética. Para isso, o smartphone deve ser apto à referida tecnologia, ou seja, também possuir uma bobina, para que nela surja uma força eletromotriz induzida que carregará a bateria.

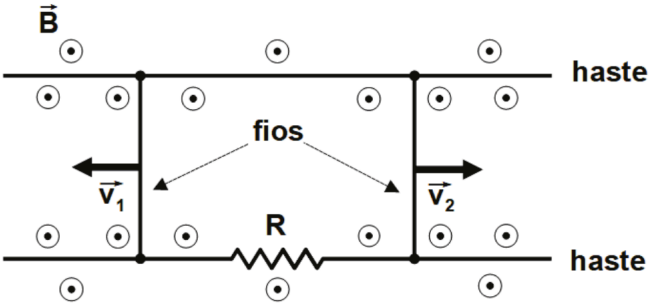
Se na bobina de um carregador (indutora), paralela e concêntrica com a bobina de um smartphone (induzida), passa uma corrente $i = 2\,\mathrm{sen}(4\pi t)$, com t em segundos, o gráfico que melhor representa a força eletromotriz induzida (ε) na bobina do smartphone, em função do tempo (t) é



(A) Gráfico (a)
(B) Gráfico (b)
(C) Gráfico (c)
(D) Gráfico (d)

31 [EsPCEx 2024]

O desenho a seguir representa um retângulo formado por duas hastes paralelas, condutoras, sendo uma ideal e a outra com resistência R constante e, ainda, dois fios condutores, paralelos e ideais. Os fios, de comprimento L, deslocam-se com as extremidades sobre as hastes com velocidades constantes, paralelas às hastes e respectivamente iguais a $\vec{v_1}$ e $\vec{v_2}$. Na região do retângulo há um campo magnético uniforme $\vec{B}$, perpendicular ao plano da folha desta prova e saindo dela.



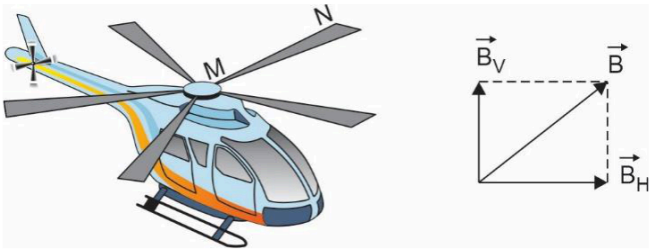
Desenho ilustrativo – Fora de escala

Podemos afirmar que, no instante em que o desenho é representado, a intensidade da corrente elétrica circulando no retângulo é de:

(A) $\frac{BL}{R}(|\vec{v_1} - \vec{v_2}|)$
(B) $\frac{BL}{R}(|2\vec{v_2} - \vec{v_1}|)$
(C) $\frac{BL}{R}(|\vec{v_1} + \vec{v_2}|)$
(D) $\frac{BL}{2R}(|\vec{v_1} - \vec{v_2}|)$
(E) $\frac{BL}{2R}(|2\vec{v_1} + \vec{v_2}|)$

32 [AFA 2027]

O helicóptero, ilustrado na figura a seguir, possui uma hélice cuja pá metálica MN, de comprimento L, pode ser modelada como uma haste condutora, em que a extremidade M está fixada no eixo de rotação do rotor e a outra extremidade N descreve uma trajetória circular contida no plano horizontal, com uma frequência constante igual a f.



No local onde se encontra o helicóptero, o campo magnético terrestre $\vec{B}$ possui componentes vertical e horizontal de intensidades, respectivamente, iguais a B_V e B_H. Devido a rotação da pá metálica, no campo magnético terrestre, surge uma força eletromotriz induzida entre as extremidades M e N de módulo igual a

(A) $\frac{\pi}{2}B_H L^2 f$
(B) $\pi B_V L^2 f$
(C) $\pi(B_V^2 + B_H^2)^{1/2} L^2 f$
(D) $\frac{\pi}{2}[(B_V + B_H)Lf]^{1/2}$

33 [Escola Naval 2024]

A figura 1 ilustra um solenoide ideal S, longo, e uma bobina C, ambos em corte. O solenoide possui $1{,}00 \times 10^4$ espiras por metro, diâmetro D = 4,00 cm e conduz uma corrente elétrica I que varia com o tempo da forma indicada na figura 2. A bobina C é coaxial com o solenoide, possui $1{,}00 \times 10^2$ espiras e diâmetro d = 6,00 cm. Calcule o valor absoluto da força eletromotriz induzida na bobina, em volts,

enquanto a corrente no solenoide estiver variando e assinale a opção correta. Dados: permeabilidade magnética do meio no interior do solenoide: $4\pi \times 10^{-7}$ T·m/A; e considere π = 3.

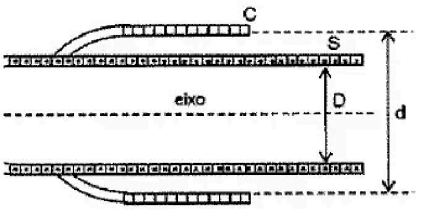


Figura 1

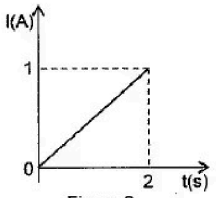
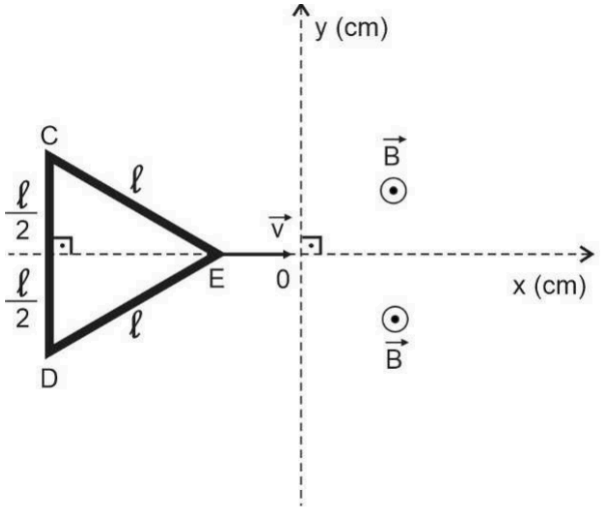


Figura 2

(A) $16{,}2 \times 10^{-4}$
(B) $14{,}4 \times 10^{-4}$
(C) $10{,}8 \times 10^{-4}$
(D) $7{,}20 \times 10^{-4}$
(E) $3{,}60 \times 10^{-4}$

34 [AFA 2023]

Uma espira CDE, de resistência elétrica igual a 1 Ω, em forma de um triângulo equilátero de lado ℓ igual a 20 cm, desliza, livre de qualquer atrito e resistência do ar, com velocidade constante $\vec{v}$ de módulo igual a 30 cm/s sobre o plano xy na direção e sentido do eixo x, conforme ilustrado na figura abaixo:

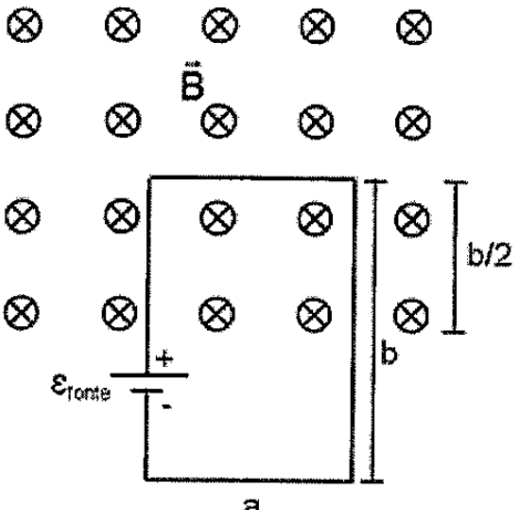


No semiespaço x > 0, atua um campo magnético uniforme e constante $\vec{B}$, perpendicular ao plano xy, cujo módulo vale 2 T. A intensidade da força aplicada por um agente externo, na mesma direção e sentido da velocidade $\vec{v}$, no instante em que o vértice E da espira estiver passando pelo ponto (15 , 0), a fim de manter a velocidade constante $\vec{v}$, deverá ser, em mN, igual a

(A) 12
(B) 15
(C) 18
(D) 36

35 [Escola Naval 2023]

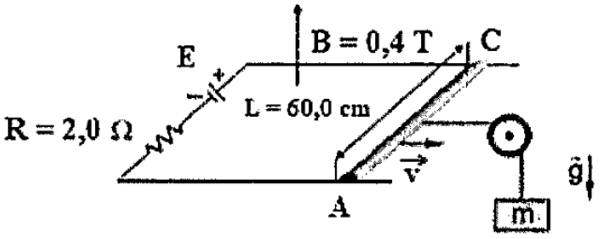
A figura acima apresenta uma espira condutora retangular, de lados a = 2,0 m e b = 3,0 m e resistência R = 1,0 Ω, conectada a uma fonte ideal com uma força eletromotriz dada por $\varepsilon_{fonte} = 2{,}0$ V. Metade da espira encontra-se em uma região onde existe um campo magnético uniforme $\vec{B}$, perpendicular ao plano da espira, e dirigido para dentro do papel. O módulo do campo magnético é dado por B(t) = 0,40 + 1,2t, com B em teslas e t em segundos. Em t = 10 s, qual é o valor da intensidade, em ampères, e o sentido da corrente elétrica na espira, respectivamente?



(A) 1,6; horário
(B) 1,6; anti-horário
(C) 2,0; horário
(D) 3,6; horário
(E) 3,6; anti-horário

36 [Escola Naval 2020]

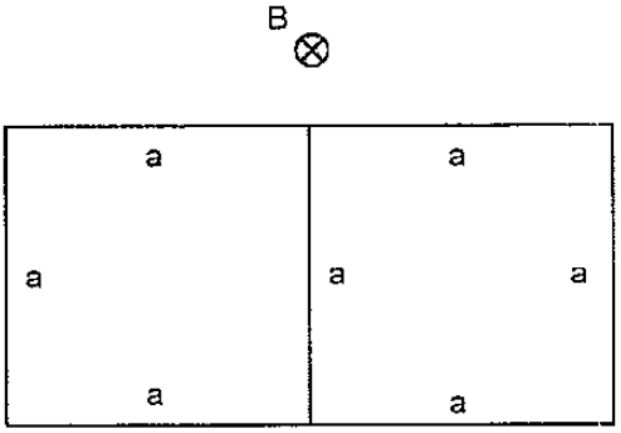
Uma barra condutora AC, de comprimento L = 60,0 cm, resistência desprezível, apoiada em trilhos condutores retos, paralelos e de resistência desprezível, é interligada a um bloco de massa m = 1,2 kg através de uma corda inextensível (de massa desprezível) e uma polia ideal. Considere que as extremidades do trilho estão ligadas a um gerador de força eletromotriz E e de resistência interna R = 2,0 Ω. Essa barra é puxada pelo bloco e se desloca com velocidade constante v de 25,0 m/s. O campo de indução magnética é perpendicular ao plano do sistema e tem o valor de B = 0,4 T. Além disso, a aceleração da gravidade no local é g = 10,0 m/s² e o sistema é apresentado na figura abaixo. Qual é o valor da força eletromotriz E do gerador?



(A) 50 V
(B) 78 V
(C) 88 V
(D) 94 V
(E) 118 V

37 [Escola Naval 2025]

A figura acima apresenta o esquema de um circuito condutor em que cada segmento de fio possui comprimento a e resistência R. O circuito está imerso em um campo magnético de indução B uniforme, perpendicular ao plano do circuito, cujo módulo varia no decorrer do tempo t de acordo com B = kt, onde k é uma constante positiva. Da esquerda para a direita, as intensidades das correntes nos três segmentos de fio verticais são, respectivamente:



(A) $\frac{ka^2}{2R}, \frac{ka^2}{R}, \frac{ka^2}{2R}$
(B) $\frac{ka^2}{2R}, 0, \frac{ka^2}{2R}$
(C) $\frac{ka^2}{2R}, \frac{ka^2}{3R}, \frac{ka^2}{2R}$
(D) $\frac{ka^2}{3R}, 0, \frac{ka^2}{3R}$
(E) $\frac{ka^2}{3R}, \frac{ka^2}{2R}, \frac{ka^2}{3R}$

5. GABARITO COMENTADO

Exercícios propostos

Q	Resp.	Q	Resp.	Q	Resp.	Q	Resp.
01	B	03	C	06	D	08	B
10	D	15	B				

▼ **Nível 1 (01 a 06)**

01 (B). 1 Wb $= 1$ T·m². Tesla é unidade de campo, volt de f.e.m. e henry de indutância.

02. (a) $\Phi = BA = 0{,}2 \cdot 0{,}03 = 6 \times 10^{-3}$ Wb. (b) Paralela ao campo, $\theta = 90^\circ$ e $\Phi = 0$.

03 (C). Com o ímã parado, o fluxo é constante (mesmo que grande): $\Delta\Phi = 0$ e não há f.e.m. induzida.

04. $|\varepsilon| = N\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 50 \cdot \dfrac{0{,}06}{0{,}2} = 15$ V.

05. $\varepsilon = BLv = 0{,}3 \cdot 0{,}5 \cdot 4 = 0{,}6$ V.

06 (D). $\dfrac{U_2}{U_1} = \dfrac{N_2}{N_1} = 5 \Rightarrow U_2 = 120$ V. (Com uma bateria de 24 V, isto é, tensão contínua, a tensão no secundário seria nula.)

▼ **Nível 2 (07 a 12)**

07. $\dfrac{\Delta B}{\Delta t} = 0{,}2$ T/s e $A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 0{,}01 = 0{,}0314$ m². $|\varepsilon| = A\dfrac{\Delta B}{\Delta t} = 6{,}28 \times 10^{-3}$ V e $i = \dfrac{6{,}28 \times 10^{-3}}{0{,}1} \approx 63$ mA. O fluxo para dentro do papel aumenta; o campo induzido aponta para fora (para o observador), o que exige corrente **anti-horária**.

08 (B). O ímã em movimento faz o fluxo variar através das seções do tubo; surgem correntes induzidas (de Foucault) cujo campo, pela lei de Lenz, se opõe ao movimento: acima do ímã atraem, abaixo repelem. O cobre não é ferromagnético e não atrai um ímã parado; no PVC (isolante) não há correntes.

09. (a) $\varepsilon = 0{,}8 \cdot 0{,}5 \cdot 10 = 4$ V. (b) $i = 1$ A. (c) $F = BiL = 0{,}8 \cdot 1 \cdot 0{,}5 = 0{,}4$ N. (d) $P = Fv = 4$ W (igual a $Ri^2 = 4 \cdot 1$).

10 (D). $\varepsilon_{máx} = NBA\omega = NBA \cdot 2\pi f$: dobrar N e f multiplica por $2 \cdot 2 = 4$.

11. (a) $\dfrac{N_1}{N_2} = \dfrac{220}{12} = \dfrac{55}{3} \approx 18{,}3$. (b) $i_2 = \dfrac{60}{12} = 5$ A. (c) $i_1 = \dfrac{60}{220} \approx 0{,}27$ A.

12. $|\Delta\Phi| = BA - 0 = 0{,}5 \cdot 0{,}04 = 0{,}02$ Wb. $\varepsilon_{méd} = \dfrac{0{,}02}{0{,}1} = 0{,}2$ V; $i_{méd} = \dfrac{0{,}2}{0{,}5} = 0{,}4$ A; $q = \dfrac{|\Delta\Phi|}{R} = \dfrac{0{,}02}{0{,}5} = 0{,}04$ C (o mesmo que $0{,}4 \cdot 0{,}1$).

▼ **Nível 3 (13 a 17)**

13. (a) $v_T = \dfrac{mgR}{B^2L^2} = \dfrac{0{,}05 \cdot 10 \cdot 0{,}2}{0{,}25 \cdot 0{,}0625} = \dfrac{0{,}1}{0{,}015625} = 6{,}4$ m/s. (b) Na velocidade terminal, toda a potência do peso é dissipada no resistor: $P = mg\,v_T = 0{,}5 \cdot 6{,}4 = 3{,}2$ W. (Conferência: $\varepsilon = 0{,}5 \cdot 0{,}25 \cdot 6{,}4 = 0{,}8$ V, $i = 4$ A, $Ri^2 = 3{,}2$ W.)

14. Ao longo do plano, a componente do peso $mg\,\text{sen}\,30^\circ$ é equilibrada pela força magnética, que (com o campo perpendicular ao plano) é paralela aos trilhos: $mg\,\text{sen}\,30^\circ = \dfrac{B^2L^2v}{R} \Rightarrow v = \dfrac{0{,}1 \cdot 10 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5}{1 \cdot 0{,}25} = 1$ m/s.

15 (B). Entrando: a área no campo cresce, há corrente num sentido. Totalmente dentro (a região tem largura $2a$, então isso dura um trecho a): fluxo constante, corrente nula. Saindo: a área no campo diminui e a corrente inverte, com a mesma intensidade.

16. (a) $\omega = 100\pi \Rightarrow f = \dfrac{\omega}{2\pi} = 50$ Hz. (b) $\Phi_{máx} = 0{,}4$ Wb e $\varepsilon = 0{,}4 \cdot 100\pi\ \text{sen}(100\pi t)$: $\varepsilon_{máx} = 40\pi \approx 126$ V. (c) $\varepsilon_{ef} = \dfrac{126}{\sqrt{2}} \approx 89$ V.

17. Em 10 kV: $i = \dfrac{10^6}{10^4} = 100$ A, $P_{perda} = 2 \cdot 100^2 = 2 \times 10^4$ W $= 20$ kW (2%). Em 100 kV: $i = 10$ A, $P_{perda} = 200$ W ($0{,}02\%$). Com a tensão 10 vezes maior, a perda fica 100 vezes menor.

▼ **Nível ITA/IME (18 a 21)**

18. Pelo resolvido 10, a velocidade cai linearmente com a distância: $v = v_0\left(1 - \dfrac{x}{d}\right)$. (a) Em $x = d/2$: $v = \dfrac{v_0}{2}$. (b) A energia cinética restante é $\frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ da inicial; logo, três quartos da energia já foram dissipados, embora a barra tenha percorrido só metade da distância. Como a força de frenagem é proporcional a v, a dissipação é maior no início, quando a barra é mais rápida.

19. $\Phi = \pi r^2 B_0\,\text{sen}(\omega t)$. A f.e.m. é a taxa de variação do fluxo; para uma senoide de amplitude Φ_0 e frequência angular ω, essa taxa é $\Phi_0\,\omega\cos(\omega t)$ (o mesmo resultado do gerador): $\varepsilon = -\pi r^2 B_0 \omega\cos(\omega t)$ e $\varepsilon_{máx} = \pi r^2 B_0 \omega$. A potência instantânea é $\dfrac{\varepsilon^2}{R}$, e a média de $\cos^2$ é $\frac{1}{2}$: $\overline{P} = \dfrac{(\pi r^2 B_0\omega)^2}{2R}$.

20. Em cada volta a haste varre um círculo de área πL^2 em um período $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$. Taxa de área: $\dfrac{\Delta A}{\Delta t} = \dfrac{\pi L^2}{2\pi/\omega} = \dfrac{\omega L^2}{2}$. Então $\varepsilon = B\,\dfrac{\omega L^2}{2} = \dfrac{0{,}2 \cdot 40 \cdot 0{,}25}{2} = 1$ V. O resultado coincide com BLv calculado com a velocidade do ponto médio, $\omega L/2$.

21. (a) A corrente que percorre as duas barras é a mesma, em sentidos opostos em cada uma; as forças magnéticas BiL são iguais e opostas: freiam a barra 1 e aceleram a barra 2. São forças internas ao sistema das duas barras, então a quantidade de movimento horizontal se conserva. A corrente só some quando a área do circuito para de variar, isto é, quando as velocidades se igualam: $mv_0 = 2m\,v_f \Rightarrow v_f = \dfrac{v_0}{2}$. (b) $Q = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(2m)\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}mv_0^2$: metade da energia inicial é dissipada, como numa colisão perfeitamente inelástica.

Questões oficiais

Q	Resp.	Q	Resp.	Q	Resp.	Q	Resp.
22	B	23	D	24	B	25	A
26	C	27	A	28	D	29	B
30	C	31	A	32	B	33	D
34	D	35	B	36	D	37	D

▼ **22 a 37 – Questões oficiais**

22 (B) · EFOMM 2016.

Só há corrente induzida quando o fluxo magnético varia. O fluxo, $\Phi = BA$, não é nulo, mas é constante: a espira continua inteira dentro de um campo uniforme e que não muda com o tempo. A causa é $\vec{B}$ ser uniforme e constante.

23 (D) · Escola Naval 2019.

Pela lei de Lenz, a face da bobina voltada para o ímã vira um polo que se opõe ao movimento relativo.

Na figura 1, com o polo norte se aproximando, essa face vira norte; na figura 2, com o polo sul se afastando, a face também vira norte (atrai o sul que se afasta). As duas situações têm a mesma corrente, então A e B são ambas verdadeiras ou ambas falsas: com uma única alternativa correta, as duas são falsas e a corrente nesses casos tem o sentido A.

Na figura 2, com a bobina se aproximando do sul, a face voltada para o ímã vira sul: corrente no sentido oposto, B (D). C é falsa porque aproximar e afastar dão correntes opostas, e E contraria a indução eletromagnética.

24 (B) · AFA 2019.

Se R aumenta, a corrente i diminui e o fluxo na espira cai. Pela lei de Lenz, a corrente induzida reforça o fluxo: no lado da espira mais próximo do fio, ela tem o mesmo sentido de i.

Correntes paralelas de mesmo sentido se atraem, e esse lado está mais perto do fio que o oposto: a espira é atraída. Se R diminuísse, seria repelida.

25 (A) · EsPCEx 2022.

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

De 0 a 6 s, o fluxo cai linearmente de 15 Wb para -3 Wb: $\varepsilon = -\frac{-18}{6} = +3{,}0$ V (constante, inclusive ao passar por zero em 5 s).

De 6 a 8 s o fluxo é constante: $\varepsilon = 0$. De 8 a 10 s ele vai de -3 a 0: $\varepsilon = -\frac{3}{2} = -1{,}5$ V.

É o gráfico [A].

26 (C) · EFOMM 2022.

Do gráfico, B passa de $3{,}0$ a $9{,}0\,\mathrm{mT}$ entre $1{,}0$ e $3{,}0\,\mathrm{s}$: $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 3{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{T/s}$.

$$\varepsilon = A\frac{\Delta B}{\Delta t} = 0{,}04 \cdot 3 \times 10^{-3} = 1{,}2 \times 10^{-4}\,\mathrm{V}, \qquad i = \frac{1{,}2 \times 10^{-4}}{10 \times 10^{-3}} = 12{,}0\,\mathrm{mA}$$

O fluxo para cima aumenta; a corrente induzida cria campo para baixo, o que, visto de cima, é o sentido horário (lei de Lenz).

27 (A) · Escola Naval 2018.

Em 3 s a espira entrou 15 cm no campo, menos que os 40 cm do lado a: a área dentro do campo ainda está crescendo, com o lado b cortando as linhas.

$$\varepsilon = Bbv = 2 \cdot 0{,}20 \cdot 0{,}05 = 0{,}02\ \mathrm{V} \qquad i = \frac{0{,}02}{20} = 1{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{A}$$

28 (D) · EFOMM 2019.

$$\varepsilon = BLv = 15 \cdot 1{,}5 \cdot 4{,}0 = 90\ \mathrm{V}, \qquad i = \frac{90}{20} = 4{,}5\ \mathrm{A}$$

Com velocidade constante, a força do operador equilibra a força magnética:

$$F = BiL = 15 \cdot 4{,}5 \cdot 1{,}5 = 101{,}25\ \mathrm{N}$$

29 (B) · EFOMM 2026.

O campo varia linearmente: a taxa $\frac{dB}{dt} = \alpha^2 > 0$ é constante e positiva:

$$\varepsilon = -\pi r^2 \alpha^2 \quad (\text{constante})$$

O fluxo no sentido $+\hat{k}$ aumenta; a corrente induzida cria campo em $-\hat{k}$, que, vista de z positivo, circula no sentido horário. Assim, (C) é falsa e (B), verdadeira.

(A) falsa: a f.e.m. nunca se anula. (D) falsa: depende do raio. (E) falsa: dobrar α quadruplica a f.e.m. (supondo $\alpha \neq 0$).

30 (C) · AFA 2018.

O fluxo na bobina induzida acompanha a corrente, e a fem é proporcional a $-\frac{di}{dt}$:

$$\varepsilon \propto -\cos(4\pi t) \qquad T = \frac{2\pi}{4\pi} = 0{,}5 \text{ s}$$

A fem tem máximos em $t = 0{,}25$; 0,75 s e mínimos em $t = 0$; 0,5; 1,0 s. O gráfico c, com máximo em 0,75 s e mínimo em 1,00 s, é o único com período 0,5 s e essa fase.

31 (A) · EsPCEx 2024.

A f.e.m. induzida é a taxa de variação do fluxo: $\varepsilon = B\,\dfrac{\Delta A}{\Delta t}$. Os fios se afastam um do outro (o da esquerda para a esquerda, o da direita para a direita), e a largura do retângulo cresce à taxa $v_1 + v_2$, em módulo:

$$\varepsilon = BL(v_1 + v_2), \qquad i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BL(v_1 + v_2)}{R}.$$

A resposta está escrita em notação vetorial. Como $\vec{v_1}$ e $\vec{v_2}$ têm sentidos opostos, $|\vec{v_1} - \vec{v_2}| = v_1 + v_2$ (velocidade relativa), enquanto $|\vec{v_1} + \vec{v_2}| = |v_2 - v_1|$. Por isso a alternativa correta é a, e não c.

32 (B) · AFA 2027.

A pá gira no plano horizontal: só a componente vertical do campo corta a área varrida. Em cada volta a pá varre πL^2, f vezes por segundo:

$$\varepsilon = B_V \cdot \pi L^2 f = \pi B_V L^2 f$$

33 (D) · Escola Naval 2024.

Fora do solenoide ideal o campo é nulo: o fluxo na bobina passa só pela seção do solenoide ($D = 4$ cm).

$$\frac{dB}{dt} = \mu_0 n \frac{dI}{dt} = 12 \cdot 10^{-7} \cdot 10^4 \cdot 0{,}5 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ T/s} \qquad A = 3 \cdot (0{,}02)^2 = 1{,}2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$|\varepsilon| = N\,A \frac{dB}{dt} = 100 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{-3} = 7{,}20 \times 10^{-4} \text{ V}$$

34 (D) · AFA 2023.

Com o vértice E 15 cm dentro do campo, a espira corta a fronteira $x = 0$ num segmento de comprimento

$$L = 2 \cdot 15 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = 10\sqrt{3} \text{ cm} = 0{,}1\sqrt{3} \text{ m}$$

A fem é BLv e a força magnética que freia a espira, BiL, com $i = \frac{BLv}{R}$. O agente equilibra essa força:

$$F = \frac{B^2 L^2 v}{R} = \frac{4 \cdot 0{,}03 \cdot 0{,}3}{1} = 0{,}036 \text{ N} = 36 \text{ mN}$$

35 (B) · Escola Naval 2023.

$$\varepsilon_{ind} = \frac{dB}{dt}\cdot\frac{ab}{2} = 1{,}2\cdot 3 = 3{,}6\ \text{V}$$

O fluxo para dentro do papel cresce: a fem induzida tende a gerar corrente anti-horária. A fonte, com o polo + para cima no lado esquerdo, empurra corrente no sentido horário. Saldo:

$$I = \frac{3{,}6 - 2{,}0}{1{,}0} = 1{,}6\ \text{A, anti-horário}$$

36 (D) · Escola Naval 2020.

Com velocidade constante, a força magnética na barra equilibra o peso do bloco:

$$BiL = mg \ \Rightarrow\ i = \frac{12}{0{,}4\cdot 0{,}6} = 50\ \text{A}$$

A barra gera $\varepsilon = BLv = 0{,}4\cdot 0{,}6\cdot 25 = 6$ V, que soma com a do gerador (a força freia a barra, então a corrente tem o sentido da induzida):

$$i = \frac{E+6}{2} = 50 \ \Rightarrow\ E = 94\ \text{V}$$

37 (D) · Escola Naval 2025.

Cada quadrado tem fem ka^2 no mesmo sentido de circulação. No segmento do meio as duas tendências se opõem e, por simetria, a corrente é nula.

A corrente circula pelo contorno externo: 6 segmentos ($6R$) e fem total $2ka^2$:

$$I = \frac{2ka^2}{6R} = \frac{ka^2}{3R}\ \text{nos verticais das pontas, 0 no do meio}$$