PROF. LUIS TEIXEIRA
Física | Matemática

FICHA DE MATEMÁTICA

Circunferência

Elementos e posições relativas

Aluno(a): _____ | **Data:** ___/___/____ | **Prof.:** Luis Teixeira

1. TEORIA

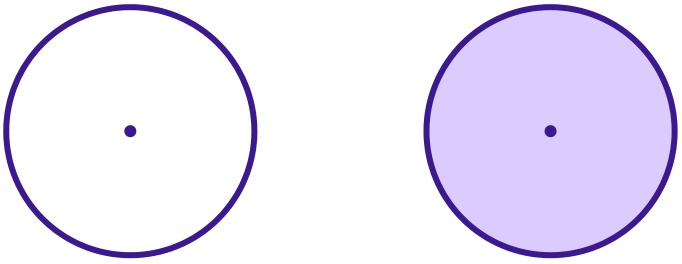
OBSERVAÇÃO

Os problemas desta ficha se resolvem, em sua maioria, com uma mesma comparação: a distância d do centro a um ponto, a uma reta ou a outro centro, comparada com o raio R (no caso de duas circunferências, com $R + r$ e $R - r$).

1.1 Circunferência × círculo

DEFINIÇÕES

Circunferência de centro O e raio R é o conjunto de todos os pontos do plano que estão a uma **mesma distância** R do ponto O. É apenas a linha (o contorno).
Círculo é a circunferência **reunida com todos os pontos do seu interior**. É uma região do plano (na figura, a parte sombreada).



circunferência (apenas a linha) **círculo (linha + interior)**

Numa moeda, a borda corresponde à circunferência, e a face inteira, ao círculo.

ATENÇÃO

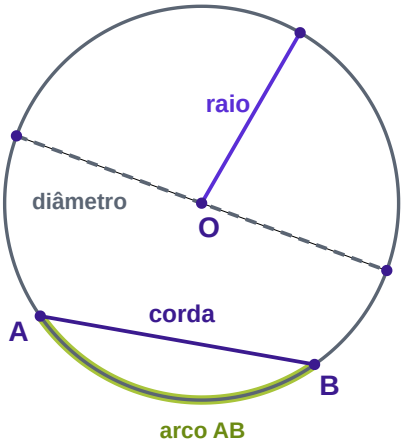
A circunferência, por ser uma linha, tem **comprimento**; o círculo, por ser uma região, tem **área**. Quando um enunciado menciona “área da circunferência”, refere-se à área do círculo.

1.2 Elementos da circunferência

- **Centro (O)**: o ponto que está à mesma distância de todos os pontos da circunferência.
- **Raio (R)**: segmento que liga o centro a um ponto da circunferência. *Todos os raios têm a mesma medida.*
- **Corda**: segmento cujas extremidades são dois pontos da circunferência (ex.: $\overline{AB}$).
- **Diâmetro (D)**: corda que passa pelo centro. É formado por dois raios:

$$D = 2R.$$

- **Arco**: cada uma das duas partes em que dois pontos dividem a circunferência.
- **Flecha**: o segmento que vai do ponto médio de uma corda até o arco, perpendicular à corda (veja 1.3).



O DIÂMETRO É A MAIOR CORDA

Justificativa: numa corda $\overline{AB}$, a poligonal AOB mede $R + R = 2R$, e o segmento $\overline{AB}$ não pode ser maior que ela (o segmento de reta é o menor caminho entre dois pontos). A igualdade só ocorre quando O pertence à corda, isto é, quando a corda é um diâmetro. Logo,

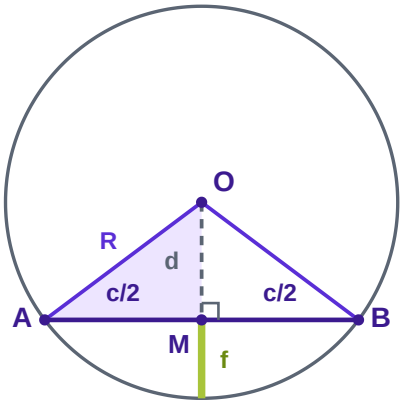
$$\text{qualquer corda} \leq 2R.$$

Exemplo: numa circunferência de raio 5 cm, nenhuma corda passa de 10 cm.

1.3 Corda e distância ao centro (Pitágoras na circunferência)

Trace uma corda $\overline{AB}$ de comprimento c e, a partir do centro O, a perpendicular $\overline{OM}$ à corda.

1. $OA = OB = R$ (são raios), então o triângulo OAB é **isósceles**.
2. Num triângulo isósceles, a altura relativa à base também é **mediana**. Logo M é o **ponto médio** da corda: $AM = MB = \frac{c}{2}$.
3. O triângulo OMA é **retângulo** em M. Por Pitágoras:



d = distância do centro à corda; f = flecha.

FÓRMULAS

$$\left(\frac{c}{2}\right)^2 + d^2 = R^2 \qquad\qquad f = R - d$$

O raio é a hipotenusa; a metade da corda e a distância do centro à corda são os catetos.

Exemplo: $R = 5$ e corda $c = 8$. Metade da corda: 4. Então $4^2 + d^2 = 5^2 \Rightarrow d^2 = 9 \Rightarrow d = 3$. A flecha mede $f = 5 - 3 = 2$.

CONSEQUÊNCIAS

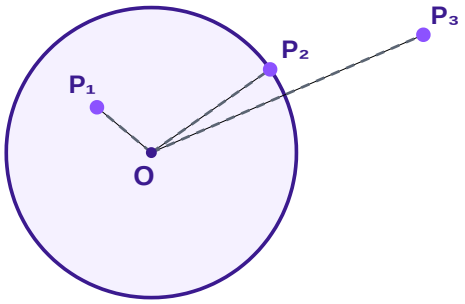
- Quanto menor a distância ao centro, maior a corda. A corda com $d = 0$ é o diâmetro.
- Cordas de mesma medida estão à mesma distância do centro.
- A mediatriz de qualquer corda passa pelo centro. Por isso, para localizar o centro de um prato, traçam-se duas cordas não paralelas e suas mediatrizes: elas se cortam no centro.

1.4 Posição de um ponto em relação à circunferência

Seja d a distância do ponto P ao centro O:

Condição	Posição de P
$d < R$	interior
$d = R$	pertence à circunferência
$d > R$	exterior

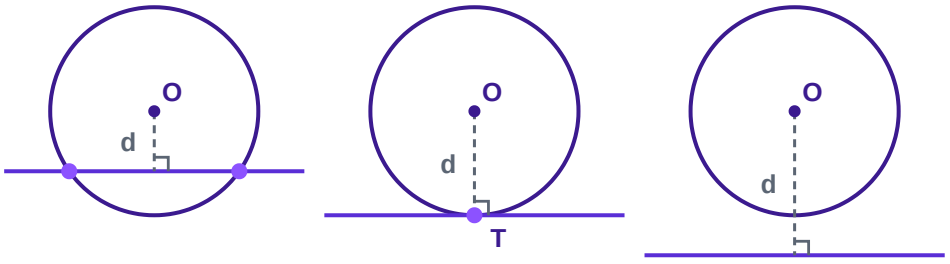
Exemplo: $R = 4$. Um ponto a 3 do centro é interior; a 4 , está na circunferência; a 6, é exterior.



P_1: d < R (interior) · P_2: d = R (pertence) · P_3: d > R (exterior)

1.5 Posições de uma reta em relação à circunferência

Aqui, d é a distância do centro O à reta s, medida sobre a perpendicular traçada de O até s (o menor caminho do ponto à reta).



secante
d < R · 2 pontos

tangente
d = R · 1 ponto

exterior
d > R · nenhum ponto

Condição	Nome da reta	Pontos em comum
$d < R$	**secante**	2
$d = R$	**tangente**	1 (ponto de tangência T)
$d > R$	**exterior**	0

PROPRIEDADE DA TANGENTE

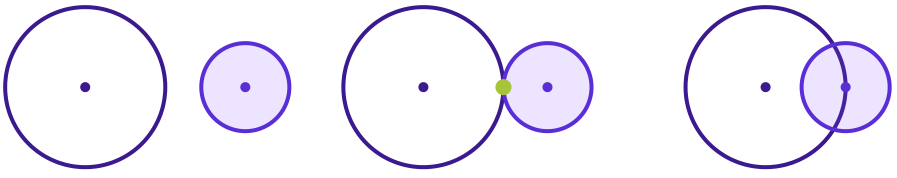
A reta tangente é perpendicular ao raio no ponto de tangência. $\overline{OT} \perp t$

Justificativa: se t é tangente em T, todos os outros pontos de t são exteriores à circunferência e, portanto, estão mais longe de O do que T. Assim, T é o ponto de t mais próximo de O, e a menor distância de um ponto a uma reta é medida sobre a perpendicular.

Consequência: o raio $\overline{OT}$, o segmento tangente $\overline{PT}$ e o segmento $\overline{OP}$ formam um **triângulo retângulo** em T. Pelo teorema de Pitágoras, $PT^2 + R^2 = OP^2$.

1.6 Posições relativas de duas circunferências

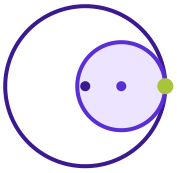
Sejam duas circunferências de raios R e r (com $R \geq r$) e d a distância entre os **centros**.



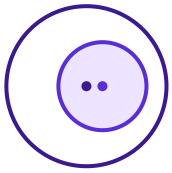
exteriores
d > R + r

tangentes exteriores
d = R + r

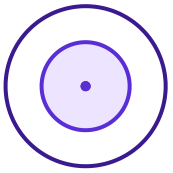
secantes
R − r < d < R + r



tangentes interiores
d = R − r



interiores
d < R − r



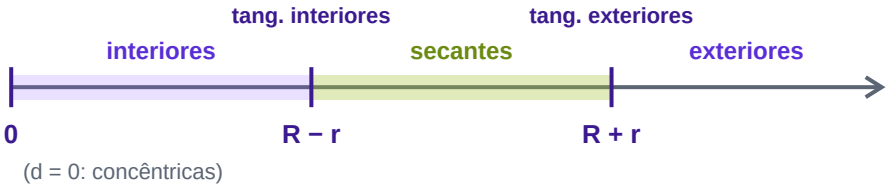
concêntricas
d = 0

Posição	Condição	Pontos comuns
exteriores	$d > R + r$	0
tangentes exteriores	$d = R + r$	1
secantes	$R - r < d < R + r$	2
tangentes interiores	$d = R - r$	1
interiores (uma dentro da outra)	$d < R - r$	0
concêntricas (caso particular)	$d = 0$	0

ORIGEM DAS CONDIÇÕES $D = R + R$ E $D = R - R$

Quando as circunferências são **tangentes exteriores**, o ponto de contato pertence ao segmento que une os centros: do primeiro centro ao ponto de contato há R, e do ponto de contato ao outro centro há r. Logo, $d = R + r$.
Quando são **tangentes interiores**, o ponto de contato também está alinhado com os centros, mas o raio menor fica sobreposto ao maior. Logo, $d = R - r$.
Se a distância entre os centros supera $R + r$, as circunferências ficam separadas; se é menor que $R - r$, uma fica no interior da outra.

Método da reta numérica: marque $R - r$ e $R + r$ e verifique em que intervalo está d.



ERROS COMUNS

- Usar o **diâmetro** onde a fórmula pede o **raio** (“diâmetro 10” significa $R = 5$).
- No Pitágoras da corda, usar a corda **inteira** em vez da **metade**.
- Em duas circunferências, comparar d com R (e não com $R + r$ ou $R - r$).
- Escrever $r - R$ (negativo) em vez de $R - r$: use sempre **maior menos menor**.
- Esquecer o ângulo reto entre tangente e raio, que é o que permite aplicar Pitágoras nos problemas com tangentes.

1.7 Quadro-resumo

Assunto	O que comparar / usar	Fórmula-chave
Diâmetro	dois raios	$D = 2R$ (maior corda)
Corda	metade da corda, distância, raio	$\left(\frac{c}{2}\right)^2 + d^2 = R^2$; $f = R - d$
Ponto	$d(O, P)$ com R	$<$ interior $\cdot =$ pertence $\cdot >$ exterior
Reta	$d(O, s)$ com R	$<$ secante $\cdot =$ tangente $\cdot >$ exterior
Tangente	raio $\perp$ tangente	$PT^2 + R^2 = OP^2$
Duas circunferências	d com $R + r$ e $R - r$	reta numérica

2. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Exercício resolvido 1. Numa circunferência de raio 7 cm: (a) qual é o comprimento da maior corda possível? (b) É possível traçar uma corda de 15 cm?

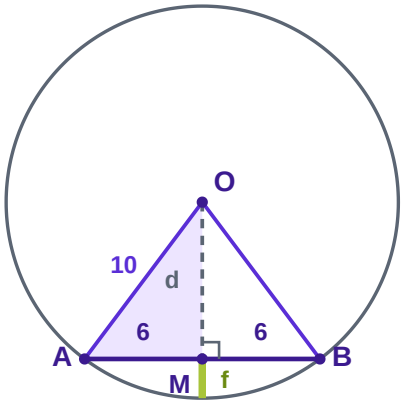
Resolução:

1. **Lembrar:** a maior corda é o diâmetro, e $D = 2R$.
2. **Calcular:** $D = 2 \cdot 7 = 14$ cm.
3. **Comparar:** toda corda mede no máximo 14 cm. Como $15 > 14$, não é possível traçar nessa circunferência uma corda de 15 cm.

Resposta: (a) 14 cm; (b) não.

Exercício resolvido 2. Numa circunferência de raio 10 cm traça-se uma corda de 12 cm. Calcule a distância do centro à corda e a flecha correspondente.

Resolução:

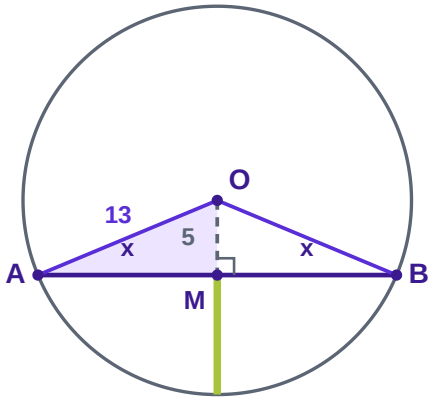


1. **Desenhar** a perpendicular $\overline{OM}$ à corda: ela cai no ponto médio, então $AM = 12 \div 2 = 6$.
2. **Triângulo retângulo OMA:** hipotenusa $OA = 10$ (raio), catetos 6 e d.
3. **Pitágoras:** $6^2 + d^2 = 10^2 \Rightarrow 36 + d^2 = 100 \Rightarrow d^2 = 64 \Rightarrow d = 8$ cm.
4. **Flecha:** do centro até a circunferência, na direção de M, a distância é $R = 10$; desse total, $d = 8$ ficam entre O e M. Logo, $f = 10 - 8 = 2$ cm.

Resposta: $d = 8$ cm e $f = 2$ cm.

Exercício resolvido 3. Uma corda está a 5 cm do centro de uma circunferência de raio 13 cm. Quanto mede a corda?

Resolução:



1. **Chame** de x a metade da corda.
2. **Pitágoras** no triângulo OMA: $x^2 + 5^2 = 13^2 \Rightarrow x^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow x = 12$.
3. **Corda:** como x é a metade da corda, ela mede $2x = 24$ cm.

Resposta: a corda mede 24 cm.

Exercício resolvido 4. Uma circunferência tem raio 5 cm. Classifique as retas r, s e t, que distam do centro, respectivamente, 3 cm, 5 cm e 7 cm.

Resolução:

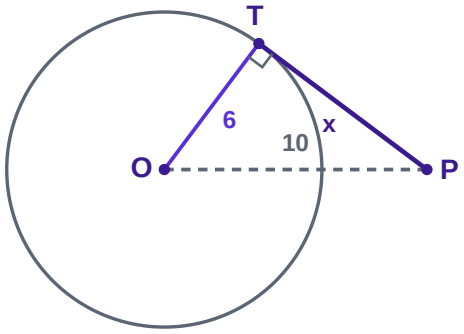
1. **Regra:** comparar a distância d (centro–reta) com o raio $R = 5$.
2. r: $d = 3 < 5$ ⇒ **secante** (corta em 2 pontos). A corda determinada por r mede $2\sqrt{5^2 - 3^2} = 2 \cdot 4 = 8$ cm.
3. s: $d = 5 = R$ ⇒ **tangente** (toca em 1 ponto).
4. t: $d = 7 > 5$ ⇒ **exterior** (não toca).

As três situações correspondem, da esquerda para a direita, à figura da seção 1.5.

Resposta: r secante, s tangente, t exterior.

Exercício resolvido 5. Um ponto P está a 10 cm do centro de uma circunferência de raio 6 cm. Traça-se por P uma reta tangente à circunferência no ponto T. Calcule PT.

Resolução:



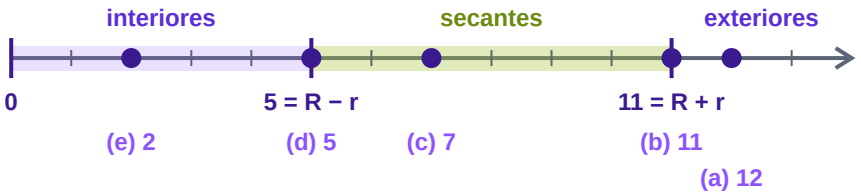
1. **Posição de P:** $10 > 6$, então P é exterior (por isso é possível traçar tangentes por P).
2. **Ligar O a T:** $OT = 6$ (raio) e, pela propriedade da tangente, $\overline{OT} \perp \overline{PT}$. O triângulo OTP é retângulo em T.
3. **Hipotenusa:** é o lado oposto ao ângulo reto, $OP = 10$.
4. **Pitágoras:** $x^2 + 6^2 = 10^2 \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x = 8$.

Resposta: $PT = 8$ cm.

Exercício resolvido 6. Duas circunferências têm raios $R = 8$ cm e $r = 3$ cm. Dê a posição relativa entre elas quando a distância entre os centros é: (a) 12; (b) 11; (c) 7; (d) 5; (e) 2 (em cm).

Resolução:

1. **Calcular os marcos:** $R + r = 11$ e $R - r = 5$.
2. **Desenhar a reta numérica** e localizar cada valor de d:

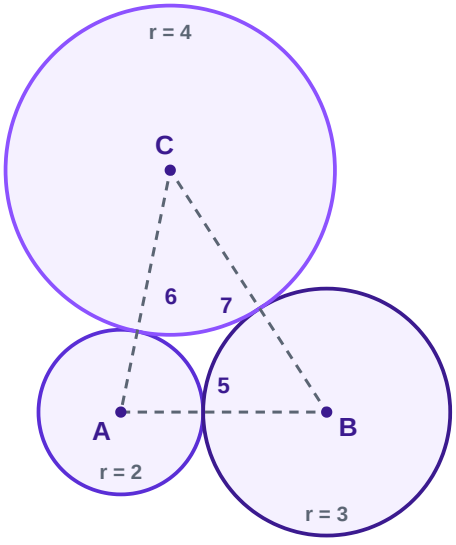


3. (a) $12 > 11$ ⇒ exteriores. (b) $11 = 11$ ⇒ tangentes exteriores. (c) $5 < 7 < 11$ ⇒ secantes.
4. (d) $5 = 5$ ⇒ tangentes interiores. (e) $2 < 5$ ⇒ interiores (a menor fica no interior da maior, sem contato).

Resposta: (a) exteriores; (b) tang. exteriores; (c) secantes; (d) tang. interiores; (e) interiores.

Exercício resolvido 7. Três circunferências de raios 2 cm, 3 cm e 4 cm são tangentes exteriores duas a duas. Calcule o perímetro do triângulo cujos vértices são os três centros.

Resolução:

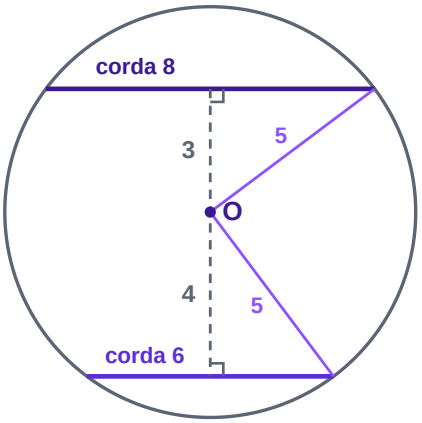


1. **Tangentes exteriores:** a distância entre dois centros é a soma dos raios.
2. **Lados do triângulo:** $AB = 2 + 3 = 5$; $AC = 2 + 4 = 6$; $BC = 3 + 4 = 7$.
3. **Perímetro:** $5 + 6 + 7 = 18$ cm.
4. **Observação:** cada raio entra em dois lados; por isso, o perímetro é $2(2 + 3 + 4) = 18$.

Resposta: 18 **cm.**

Exercício resolvido 8 (desafio). Numa circunferência de raio 5 cm traçam-se duas cordas paralelas, de 8 cm e 6 cm, situadas em lados opostos do centro. Qual é a distância entre as cordas? E se estivessem do mesmo lado do centro?

Resolução:



1. **Corda de 8:** metade 4. $4^2 + d_1^2 = 5^2 \Rightarrow d_1 = 3$.
2. **Corda de 6:** metade 3. $3^2 + d_2^2 = 5^2 \Rightarrow d_2 = 4$.
3. **Lados opostos:** as distâncias se **somam**: $3 + 4 = 7$ cm.
4. **Mesmo lado:** as distâncias se **subtraem**: $4 - 3 = 1$ cm.

Resposta: 7 cm (lados opostos) ou 1 cm (mesmo lado).

3. EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01 Uma circunferência tem raio 6 cm. Quanto mede o seu diâmetro? Qual é a maior corda que se pode traçar nela?

02 Numa circunferência de raio 17 cm traça-se uma corda de 30 cm. Calcule a distância do centro à corda.

03 Uma corda de 16 cm está a 6 cm do centro de uma circunferência. Calcule o raio e o diâmetro.

04 Uma circunferência tem raio 4 cm. Os pontos A, B e C distam do centro 3 cm, 4 cm e $6{,}5$ cm. Dê a posição de cada ponto.

05 Duas circunferências têm raios 7 cm e 2 cm. Classifique a posição relativa quando a distância entre os centros é: (a) 10; (b) 9; (c) 6; (d) 5; (e) 3; (f) 0.

06 De um ponto P, distante 25 cm do centro de uma circunferência de raio 7 cm, traça-se uma tangente $\overline{PT}$. Calcule PT.

4. QUESTÕES DE CONCURSOS MILITARES

Questões oficiais de provas anteriores (EFOMM, EPCAR, EsPCEx, AFA e Escola Naval), selecionadas do banco de questões da Trilha Militares.

07 [EsPCEx 2022]

Analise as afirmativas abaixo e, em seguida, marque a opção correta. I. Considerando duas circunferências no plano ξ, não concêntricas, λ_1 (de centro em O_1 e raio r_1) e λ_2 (de centro em O_2 e raio r_2), com $r_1 > r_2$, há cinco possibilidades para as posições relativas entre λ_1 e λ_2. II. Circunferência é um conjunto de pontos de um plano cuja distância a um ponto dado desse plano é igual ou inferior a uma distância, não nula, dada. III. Se, no plano ξ, uma reta s, secante a uma circunferência λ (de centro em O e raio r), não passa pelo centro O, intersectando λ em A e B, e se M é o ponto médio da corda $\overline{AB}$, então a corda $\overline{OM}$ é perpendicular à reta s.

(A) Somente as afirmativas I e III estão corretas.
(B) Somente as afirmativas II e III estão corretas.
(C) Somente as afirmativas I e II estão corretas.
(D) Somente a afirmativa III está correta.
(E) As afirmativas I, II e III estão corretas.

08 [EFOMM 2019]

Foram construídos círculos concêntricos de raios 5 cm e 13 cm. Em seguida, foi construído um seguimento de reta com maior comprimento possível, contido internamente na região interna ao círculo maior e externa ao menor. O valor do seguimento é

(A) 8,5 cm
(B) 11,75 cm
(C) 19,25 cm
(D) 24 cm
(E) 27 cm

09 [EPCAR 2025]

Considere duas circunferências concêntricas de raios 10 e 5 centímetros. Internamente à circunferência maior e externa à circunferência menor, traça-se uma corda $\overline{AB}$ de 12 cm. Unindo o centro O das circunferências aos pontos A e B, construímos o triângulo AOB. Os lados AO e OB desse triângulo intersectam a circunferência menor nos pontos C e D, respectivamente.

Analisando a figura gerada pela situação descrita acima, julgue as afirmações abaixo em verdadeiro ou falso e marque a alternativa correta.

I) A área do triângulo OAB é o dobro da área do triângulo OCD.

II) A altura do triângulo OCD mede 4 cm.

III) A área do trapézio ABCD mede 45 cm².

(A) Todas as afirmações são verdadeiras.
(B) Apenas uma afirmação é verdadeira.
(C) Duas afirmações são verdadeiras.
(D) Todas as afirmações são falsas.

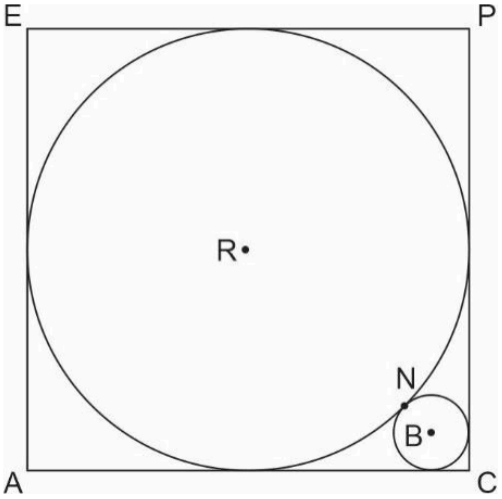
10 [EsPCEx 2018]

Os centros de dois círculos distam 25 cm. Se os raios desses círculos medem 20 cm e 15 cm, a medida da corda comum a esses dois círculos é

(A) 12 cm.
(B) 24 cm.
(C) 30 cm.
(D) 32 cm.
(E) 36 cm.

11 [EPCAR 2024]

Na figura abaixo, temos o quadrado EPCA circunscrito à circunferência de centro R. Dentro do quadrado, foi desenhada uma nova circunferência de centro B e tangente a circunferência de centro R no ponto N. Os lados $\overline{PC}$ e $\overline{AC}$ do quadrado tangenciam a circunferência de centro B.



Se o lado do quadrado mede $12\sqrt{2}$ cm, então o segmento $\overline{CB}$ mede, em cm,

(A) $36 - 24\sqrt{2}$
(B) $18\sqrt{2} - 24$
(C) $36\sqrt{2} - 48$
(D) $16 - 8\sqrt{2}$

12 [EsPCEx 2018]

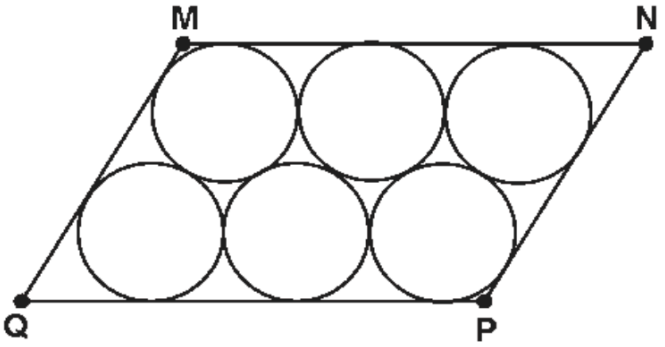
Considere uma circunferência de centro O e raio 1 cm tangente a uma reta r no ponto Q. A medida do ângulo $M\hat{O}Q$ é 30°, onde M é um ponto da circunferência. Sendo P o ponto da reta r tal que PM é paralelo a OQ, a área (em cm²) do trapézio OMPQ é

(A) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{8}$.
(B) $2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$.
(C) $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$.
(D) $2 - \frac{\sqrt{3}}{8}$.
(E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

13 [EsPCEx 2017]

Seis círculos de raio 1 cm são inseridos no paralelogramo MNPQ, de área X cm², de acordo com a figura abaixo. Sabendo-se que os seis círculos são tangentes entre si e com os lados do paralelogramo, a área

X, em cm², é



(A) $11 + 6\sqrt{3}$.
(B) $\frac{30+14\sqrt{3}}{3}$.
(C) $10 + 5\sqrt{3}$.
(D) $11 - 6\sqrt{3}$.
(E) $\frac{36+20\sqrt{3}}{3}$.

5. GABARITO COMENTADO

Q	Resp.	Q	Resp.	Q	Resp.	Q	Resp.
07	A	08	D	09	B	10	B
11	A	12	A	13	E		

▼ 01 a 06 – Fixação

01. $D = 2 \cdot 6 = 12$ cm. A maior corda é o próprio diâmetro: 12 cm.

02. Metade da corda: 15. $15^2 + d^2 = 17^2 \Rightarrow d^2 = 289 - 225 = 64 \Rightarrow d = 8$ cm.

03. Metade da corda: 8. $R^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \Rightarrow R = 10$ cm; diâmetro 20 cm.

04. A: $3 < 4$, interior. B: $4 = 4$, pertence à circunferência. C: $6{,}5 > 4$, exterior.

05. $R + r = 9$ e $R - r = 5$. (a) $10 > 9$: exteriores. (b) 9: tangentes exteriores. (c) $5 < 6 < 9$: secantes. (d) 5: tangentes interiores. (e) $3 < 5$: interiores. (f) 0: concêntricas.

06. Triângulo OTP retângulo em T: $PT^2 = 25^2 - 7^2 = 625 - 49 = 576 \Rightarrow PT = 24$ cm.

▼ 07 a 13 – Concursos militares

07 (A) · EsPCEx 2022.

I. Correta: exteriores, tangentes exteriormente, secantes, tangentes interiormente e uma interior à outra (o caso concêntrico foi excluído).

II. Errada: "igual ou inferior" descreve o círculo (disco); a circunferência é só o conjunto dos pontos à distância igual ao raio.

III. Correta na essência: o segmento que liga o centro ao ponto médio de uma corda é perpendicular a ela (OM não é propriamente uma corda, mas é a propriedade cobrada).

08 (D) · EFOMM 2019.

O maior segmento é uma corda do círculo maior tangente ao menor (qualquer corda mais próxima do centro cortaria o círculo menor). A distância do centro à corda é 5:

$$\ell = 2\sqrt{13^2 - 5^2} = 2 \cdot 12 = 24 \text{ cm}$$

09 (B) · EPCAR 2025.

A distância de O à corda AB é $\sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ cm, e a área de OAB é $\frac{12 \cdot 8}{2} = 48$ cm².

C e D estão nos meios de OA e OB ($OC = OD = 5$): OCD é semelhante a OAB na razão $\frac{1}{2}$, com área $\frac{48}{4} = 12$ cm² e altura relativa a CD de 4 cm.

I: 48 é o quádruplo de 12. Falsa. II: verdadeira. III: o trapézio tem $48 - 12 = 36$ cm². Falsa.

10 (B) · EsPCEx 2018.

Como $20^2 + 15^2 = 25^2$, o triângulo formado pelos dois centros e um ponto de interseção é retângulo nesse ponto. A corda comum é perpendicular à linha dos centros, e sua metade é a altura relativa à hipotenusa:

$$h = \frac{20 \cdot 15}{25} = 12 \;\Rightarrow\; \text{corda} = 24 \text{ cm}$$

11 (A) · EPCAR 2024.

A circunferência maior tem raio $6\sqrt{2}$, e RC é metade da diagonal: $\frac{12\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = 12$.

A menor, de raio ρ, tangencia os dois lados em C: seu centro está na diagonal, com $CB = \rho\sqrt{2}$. Tangentes externas: $RB = 6\sqrt{2} + \rho$. Como R, B e C estão alinhados:

$$6\sqrt{2} + \rho + \rho\sqrt{2} = 12 \;\Rightarrow\; \rho = \frac{12 - 6\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = (12 - 6\sqrt{2})(\sqrt{2} - 1) = 18\sqrt{2} - 24$$

$CB = \rho\sqrt{2} = 36 - 24\sqrt{2}$.

12 (A) · EsPCEx 2018.

Com r no eixo x, $Q(0,0)$ e $O(0,1)$: $M = (\operatorname{sen} 30^\circ,\, 1 - \cos 30^\circ) = \left(\frac{1}{2},\, 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ e $P\left(\frac{1}{2}, 0\right)$.

Bases paralelas $OQ = 1$ e $PM = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$, altura $\frac{1}{2}$:

$$S = \frac{\left(1 + 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{8}$$

13 (E) · EsPCEx 2017.

Centros da fileira de baixo em $(-1,0), (1,0), (3,0)$ e da de cima em $(0,\sqrt{3}), (2,\sqrt{3}), (4,\sqrt{3})$ (círculos de fileiras vizinhas são tangentes, com centros a 2 de distância). Altura do paralelogramo: $1 + \sqrt{3} + 1 = 2 + \sqrt{3}$.

Os lados inclinados são paralelos à reta dos centros $(-1,0)$ e $(0,\sqrt{3})$, que faz 60° com a horizontal, e ficam a distância 1 dela. Na horizontal, esse afastamento vale $\frac{1}{\operatorname{sen} 60^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ de cada lado:

$$\text{base} = 4 + \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$X = \left(4 + \frac{4}{\sqrt{3}}\right)(2 + \sqrt{3}) = 8 + 4\sqrt{3} + \frac{8}{\sqrt{3}} + 4 = 12 + \frac{20\sqrt{3}}{3} = \frac{36 + 20\sqrt{3}}{3}$$